

VERS LE DÉCIDEUR ARTIFICIEL

Dans les airs, elle peut battre des ailes comme un avion tout joyeux et tout fier d'en avoir écrasé un autre en flammes.

Grande star sur le sol, elle referme ses griffes sur ses admirateurs, béats petits insectes clignant de mille yeux en la voyant dans la lumière déployer ses ailes d'ange.

Sur l'eau de l'étang, elle est un vaisseau qui navigue toutes voiles dehors, qui dévore les débris des petites barques vivantes qui agitent leurs papattes frénétiquement comme des rames pour échapper à la grande pourfendeuse.

Prédatrice repue de ses proies idolâtres, elle maquille ensuite soigneusement de pollens multicolores son visage adulé, puis elle sort ses grandes antennes et regarde à la TV se pavaner sa propre image.

Le Décideur est pareil à cette princesse des nuées qui ne peut qu'obéir à son destin de Top Model, et croit l'infléchir par de dérisoires caprices. Alors que les 7 dimensions du paradigme de la décision lui donnent l'illusion de 7 degrés de liberté, il les sent peu à peu se resserrer autour de soi;

Comme cette libellule qui ne peut remonter le vent, le Décideur ne peut contrer la bise glaciale de la Société, son prédateur qui souffle dans sa veine le vent mauvais «qui l'emporte, de çà delà, pareil à la feuille morte» (merci Verlaine);

Comme elle, il doit replier les ailes dès que tombe le soir, dès qu'il est privé de la Lumière des Chefs;

Ses petites griffes d'autorité ne peuvent que l'imposer à des sous-fifres, insectes minables sous-payés et vite jetés vivants dans le courant des affaires;

A part quelques systèmes-experts, et encore, grâce à l'intelligence artificielle de quelques prothèses de l'esprit, il est peu de systèmes d'aide à la décision qui ne considèrent le superbe "Decision Maker" comme un imbécile.

VERS LE DÉCIDEUR ARTIFICIEL

Sommaire

1	L'approche des décideurs surnaturels	5
1.1	Laissez-moi seul	5
1.2	Des critères de performance de la décision	5
1.3	Quelques bonnes manières de décider	6
1.4	Le naturel et l'artificiel	6
2	La décision en robotique industrielle	9
2.1	Caractéristiques d'une machine artificielle robotique	9
2.2	Trois aspects de la décision en robotique (industrielle)	10
2.3	Des "niveaux de décision" en robotique (industrielle)	10
2.4	Constituants d'une macrotâche en branchement adaptatif	12
2.5	La "macrotâche" et le "processus de gestion"	13
2.6	La décision de s'informer ou d'exécuter	14
2.7	Résumé de la confrontation naturel-artificiel	19
3	Théorie de l'indécision	20
3.1	La problématique de choix	20
3.2	Les facteurs de complexité	21
3.3	Les raisons d'hésiter	22
3.4	Les descripteurs formels de la non-certitude	23
4	Concerto pour paradigmes	34
4.1	Le paradigme académique de la décision	34
4.2	La formulation du choix dans l'incertitude.	34
4.3	La providence et ou le destin	36
5	La Symphonie du Risque	36
5.1	Un cas angoissant	36
5.2	La valeur de l'information	39
5.3	Le risque bayésien	40
5.4	L'analyse extensive	41
5.5	L'approche prépostérieure et la stratégie.	43

5.6	Le stratège sensible	45
5.7	La fonction d'inutilité	48
6	Le Panthéon de la décision	53

1 L'approche des décideurs surnaturels

1.1 Laissez-moi seul

L'ecclésiastique doit faire face seul à sa vocation et à son destin. C'est la règle. Il ne doit pas s'adresser à un confident, un frère, un psycholésiaistique, ou un supérieur – ou alors, Très Très Haut. Ses *fonctions de gestion* ne comprennent donc pas le *transfert d'interférence*, tant recommandé dans l'exposé sur «Le Domaine de la gestion».

De même, la vraie décision est avant tout personnelle. Qu'elle soit pour un choix dérisoire, pour des engagements plus grandioses qui peuvent même faire perdre tout espoir d'en épouser un(e) autre, ou encore qu'elle engendre pour soi-même et pour d'autres gens des circonstances majeures de la vie, elle implique une solitude devant les options disponibles. Ainsi la solitude et le maximum de degrés de liberté s'opposent au régenté, au contraint, au collectif, au... Système Interactif d'Aide à la Décision: le SIAD.

Deux voies, cependant, atténuent cette solitude du décideur, et peuvent l'aider à maîtriser ses flottements et ses possibles errances :

- D'une part la *collégialité*, les décisions de groupe, co-responsables;
- D'autre part les *processus* formalisés qui guident la progression des choix vers un aboutissement considéré comme souhaitable, ou même le plus souhaitable en cet état d'information et pour ces circonstances.

Dans cette perspective, cette section ne s'occupe pas de l'aspect "collégialité", laquelle reste confiée à la théorie des décisions de groupes et aux approches multijuges, à l'abri des systémiciens. Plus restrictive encore, et bornée par la systémique, elle n'apportera ici que certaines confrontations entre la décision naturelle, à liberté maximale, et certaines approches, parfois ayant le statut de "méthodes", qui ont la propriété de rendre "artificiel" une partie du processus de choix et de pouvoir transférer l'"automate" ainsi construit dans différents contextes.

1.2 Des critères de performance de la décision

Quel est l'apport d'une aide à la décision?

- Soit d'obtenir, avec la contribution partielle au moins de procédures programmables, une décision qui soit "meilleure";
 - Une décision est d'autant *meilleure* que le futur qu'elle engendre est plus souhaitable, ce qui peut s'apprécier par le degré d'atteinte de niveaux d'aspirations;
 - Un choix n'est *pas le bon* si a posteriori le regret (ou la pénalité) associé à ce choix est un stimulus suffisant pour "inverser" la décision, c'est-à-dire renoncer au futur qu'elle engendre et revenir à une autre option;
- Soit rendre plus *efficientes* les activités impliquées dans les processus de décision, donc en augmenter la *productivité*. Cette productivité du processus n'est cependant pas un critère exhaustif dans le contexte de la gestion.

En automatisme, si le décideur est entièrement artificiel, l'appréciation et les niveaux d'aspirations ne jouent pas, mais bien le critère de la pénalité, qui peut se formaliser par le risque d'inversion. Ce second critère est donc commun aux deux contextes.

En ce qui concerne la *productivité*, celle-ci est déterminante pour tout le domaine confié à l'automatisme, où la "machine" qui modifie les états (physiques ou de connaissance) de systèmes doit travailler vite. Par exemple, s'il faut guider un engin spatial qui s'envoie en l'air à 3000 km/h, cela contraste singulièrement avec des décisions de gestion, telle que l'affectation de la Place Saint Lambert à Liège qui a pris 175 ans (1824-1999). Introduire des processus artificiels dans des processus de décision naturels peut donc en améliorer la productivité, mais pas nécessairement avec l'espoir que les décisions résultantes soient "meilleures", ni qu'elles soient prises par des gens moins bêtes ou plus honnêtes.

Cette productivité peut s'appréhender par les *degrés de complexité* pris en charge par unité de ressource utilisée, telle l'unité de temps, ou l'unité d'intervention humaine. Si le but de productivité est un point commun au décideur naturel et artificiel, la question est alors la *communauté instrumentale* entre des processus de décision dans l'un ou l'autre contexte, ce qui est le thème le plus fascinant de cet exposé.

1.3 Quelques bonnes manières de décider

L'exercice de la décision peut se faire de différentes façons:

- Mettre fin à une hésitation;
- Faire aboutir un processus d'analyse;
- Partitionner un ensemble dont des éléments sont à exclure;
- Choisir et s'engager [volontairement] dans un futur possible;
- Exhiber un comportement (interaction avec une situation) soit non-prévisible, soit basé sur une logique des prédicats.

Cette liste paraît convenir tant au décideur artificiel que naturel, mais le "volontaire" et le "non-prévisible" sont des attributs typiquement associés au naturel. Dans le cadre de la systémique en gestion, on demandera de plus que la décision soit *informée par une téléonomie* et influence une ou plusieurs autres entités ou une situation.

1.4 Le naturel et l'artificiel

1.4.1 La classe naturelle

La classe naturelle peut être caractérisée par trois propriétés:

- Des *fonctions de l'esprit* (selon JUNG et SINGER):
 - Intuition;
 - Jugement;
 - Émotion;
 - Sensibilité et discrimination;

- *Rationalisation.*

La rationalisation est définie (par SINGER) par la transmission des résultats des fonctions de l'esprit à la fonction de penser.

Un sport souvent pratiqué par la pensée est de *simuler*, ce qui peut être un bon échauffement pour certaines décisions. En revanche, l'*imagination*, qui est la danse de la pensée (merci à E. PAUL qui l'a dit juste à temps), a peu de chances d'être exhalée par la rationalisation – d'où l'étiquette de "farfelus" plaquée sur le front de ceux qui en ont. Imaginer, dit Gaston BACHELARD, c'est hausser le réel d'un ton.

- L'exercice des fonctions de l'esprit se fait dans un *champ de tension*.

La *tension* est issue d'un écart entre la complexité appréhendée et le pouvoir que l'on peut exercer pour la rencontrer. Elle comprend la téléonomie, les attracteurs et répulseurs (ce que ne maîtrisent pas les êtres surnaturels de la décision), et, bien sûr, le champ de tension d'*information* ainsi que le champ *temporel*.

1.4.2 Quelques fleurs artificielles

L'artificiel a les propriétés suivantes :

- Peut imiter le naturel, sinon s'y substituer;
- A été produit selon des spécifications et une téléonomie externe;
- Est reproductible dans son design et son comportement;
- Prend en charge une partie de la complexité; s'interrompt quand n'a plus la variété nécessaire de contrôle;
- A au moins un processeur selon la logique des prédicats;
- A une validation exotérique.

1.4.3 Confrontation de l'artificiel et du naturel en décision

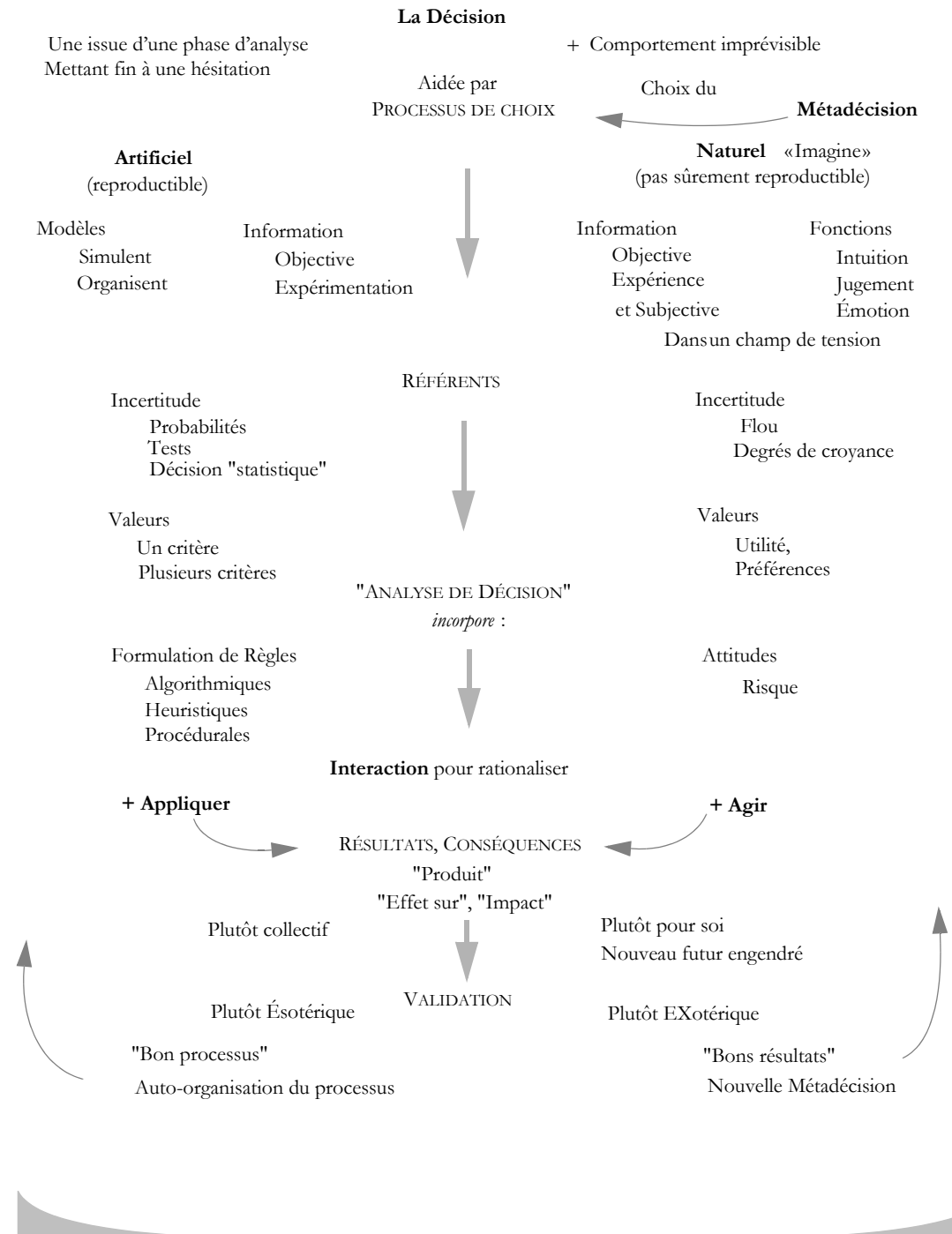
Une confrontation des approches de l'artificiel et du naturel (Des Américains disent "organique") de la décision est résumée sur la Figure 1, où il ne s'agit pour l'instant que de placer quelques concepts qui relèvent plutôt d'une approche que de l'autre.

En effet, du point de vue de la rédaction et l'exploitation des modèles formels, ces deux entrées ont des développements qui se répondent et forment des systèmes d'investigation que l'on peut qualifier spécifiquement pour chacune d'entre elles, ce qui a des implications méthodologiques qui ont été chantées par les savants des rues en ce Siècle des Banlieues :

- D'une part, sont plutôt de sexe "mixtes" les Systèmes Interactifs d'Aide à la Décision (les "SIAD", cités *supra*);
- D'autre part, on relève plutôt des sexes *hybrides* pour les investigateurs programmés.

La Figure 1 les présente concurremment, mais sans ambition, et avec un désordre apparent qui fait la vraie classe asociale; il n'est pas sûr, d'ailleurs, qu'une discrimination sévère puisse dans ce domaine être bien justifiée.

Figure 1. Orientations naturelle-artificielle de la décision



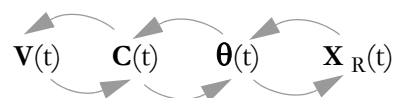
2 La décision en robotique industrielle

2.1 Caractéristiques d'une machine artificielle robotique

Une machine artificielle *physique* a des propriétés de robotique lorsqu'elle est dotée de:

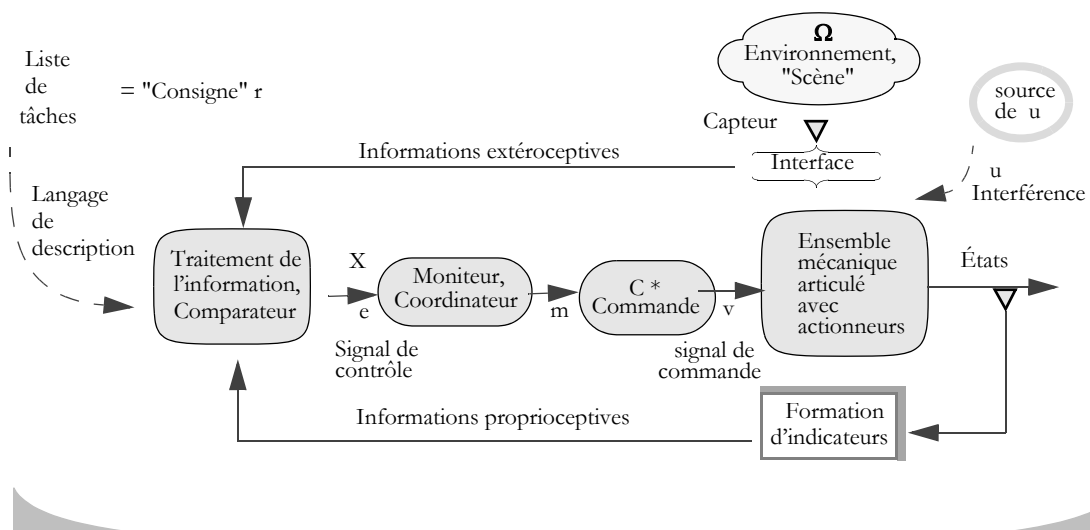
- *Versatilité* (capacité d'actions physiques diverses);
- *Auto-adaptivité* à l'environnement;
- Disposition d'espaces de *commande*, à savoir:
 - L'espace de *travail* R^n ; soit $\mathbf{X}_R(t)$ le vecteur de positionnement (à n éléments s'il y a n degrés de liberté);
 - L'espace *articulaire*; soit $\boldsymbol{\theta}$, vecteur de coordonnées généralisées à n degrés de liberté;
 - L'espace des *couples* appliqués aux articulations: commande \mathbf{C} ;
 - L'espace de *commande*, à vecteur de commandes \mathbf{V} (pour les tensions).

Le problème de gestion artificielle est de trouver un processus gérant les relations entre \mathbf{V} , \mathbf{C} , $\boldsymbol{\theta}$, $\mathbf{X}_R(t)$, en respectant la séquence interactive par couple:



La Figure 2 reprend un schéma initial de fonctionnement d'un robot de Ph. COIFFET (*Les robots, interaction avec l'environnement*, Tome II, Éd. Hermès, 1981) et le présente selon le graphisme des présents exposés et de façon conforme au schéma canonique du *régulateur*. Cette conformité va de soi puisque ce sont évidemment les deux versions, l'une par le modèle, l'autre par la réalisation, du même principe fondamental de régulation.

Figure 2. Fonctionnement d'un robot selon la forme canonique d'un régulateur



2.2 Trois aspects de la décision en robotique (industrielle)

Les trois aspects suivants donnent des correspondances avec les spécifications générales de la décision données à la section 1.3:

- Le problème de *décision automatique* est d'engendrer $X_R(t)$ de façon à en annuler les degrés de liberté, sous un ensemble de contraintes et en environnement incertain. Ceci est donc une décision d'action de la nature de "l'aboutissement d'une phase d'analyse";
- Dans la *reconnaissance des formes* de l'intelligence artificielle, l'aboutissement de la réduction de degrés de liberté (de choix) est une décision (d'exécuter) qui par contre est de la nature d'une "fin d'hésitation";
- Dans son *traitement de l'information*, le robot devient d'autant plus "décideur" que l'information prescriptive qui lui est fournie présente plus de degrés de liberté; il commence en fait à quitter le simple prédicat, ou "tri conditionnel" pour exhiber certains "comportements imprévisibles" pour l'observateur.

2.3 Des "niveaux de décision" en robotique (industrielle)

Le robot industriel suit une séquence normale de tâches programmées, montrée d'ailleurs comme une liste sur la Figure 2, formant globalement la *consigne* soumise à l'engin. Dans ce contexte restrictif on appelle *décision* une fonction qui permet au robot de s'écarter de la séquence normale, faire des *branchements*, en raison de changements dans la scène exogène; la *prise de décision* est l'ensemble des façons dont un robot peut répondre à de tels changements. Cette capacité décisionnelle est de complexité croissante, selon les niveaux suivants que propose R. HOLT (*Robot Decision Making*, note de CINCINNATI MILACRON L^{td}, USA, 1981).

2.3.1 Branchement standard

Le principe du branchement standard repose sur la présence dans la séquence de points d'interrogation de signaux d'input, indiquant par exemple "la pièce est absente", ou "une composante est défectueuse" etc. Dans ce cas, le "décideur" rudimentaire oriente vers la branche annexe, qui est d'ailleurs pré-programmée pour chaque type de signal.

2.3.2 Branchement conditionnel

Dans le cas standard, à chaque input est associée une branche. Dans le cas de branchement conditionnel, on introduit un *superviseur* qui examine simultanément les inputs pour déduire la condition de branchement; par exemple, si le robot a 32 lignes "standard", et le superviseur en a 8, il résulte une "table de décision" de 256 conditions. Ce traitement est effectué par le processus dessiné à cette fin sur la Figure 3, où l'on voit un entité logique qui l'effectue par logique booléenne; il en résulte une complexité de signal d'information moindre pour le robot lui-même.

Les présentations initiales de l'analyse classique de décision, initiée par des tableaux actions-critères, sont des versions évoluées de cette structure.

2.3.3 Branchement de dérivation

Dans le cas de branchement *de dérivation*, il s'agit de branches qui peuvent affecter la séquence relativement à la position physique du robot:

- En "standard", de telles branches sont pré-programmées à certains points où des inputs sont captés;
- En "interruption", de telles branches peuvent se situer n'importe où sur le cycle, et peuvent être activées par la réception d'un signal d'input.

Il y a donc dans ce cas, comme le montre la Figure 3 (CINCINNATI, *op.cit.*, p.11) des "points forts" du processus avec intervention de comportement par un *superviseur*. Cette notion a aussi été reprise en aide à la décision de gestion.

Figure 3. "Standard offset" et "Interrupt branching" d'un robot industriel

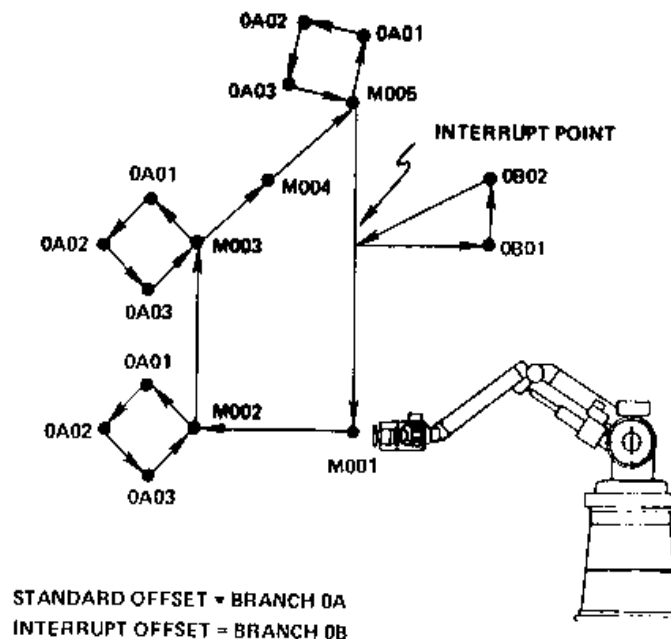


FIGURE 3. OFFSET BRANCHING

2.3.4 Fonction de "recherche"

Une fonction de recherche n'altère pas, comme dans les cas précédents, la séquence normale par l'appel à de nouvelles branches; elle *altère des paramètres* (surtout le vecteur des commandes $\mathbf{V}(t)$) en réponse à des changements dans l'équipement externe ou certaines pièces. Ainsi pour la préhension d'objets fragiles ou de forme irrégulière sur une pile, un point de décélération peut se situer avant celui qui amènerait normalement au point final.

Un tel comportement peut rappeler le "naturel": la tergiversation, la phase de conception des choix y est d'ailleurs plus fréquente et plus légitime que dans le cas des automatismes, mais l'altération de paramètres est surtout typique des procédures d'aide à la décision multicritère, résultant dans ce cas d'un dialogue entre l'aide formalisée et le "décideur".

2.3.5 Branchement adaptatif

Une séquence complète de branchement peut être réécrite pour le processeur par un *moniteur* qui exploite d'une part les données d'un superviseur, d'autre part les résultats interprétés de senseurs figurant dans l'équipement lui-même, tel que des *transducteurs* de vision, de force, de toucher. Ceci se fera dans le cas de changements de scène, telle la modification de l'orientation d'une pièce de travail ou la détection d'une situation d'alerte. On parle de décision de branchement "adaptatif" lorsque cette situation est mise en évidence par le processeur quasi en temps réel.

Les entités qui sont exploitées au niveau de décision du branchement adaptatif sont:

- Le fichier des *branchements* (à rapprocher de la "liste des options" en SIAD);
- Un *informateur* (à rapprocher de l'interaction en SIAD) ;
- Une *scène* (à rapprocher du "contexte");
- Un *coordonateur* (correspondant au chercheur-analyste qui accompagne le SIAD);
- Un *superviseur* (correspondant au module allouant les options) ;
- Un *exécuteur*, réalisant l'activité, avec son module logique (algorithme, heuristique).

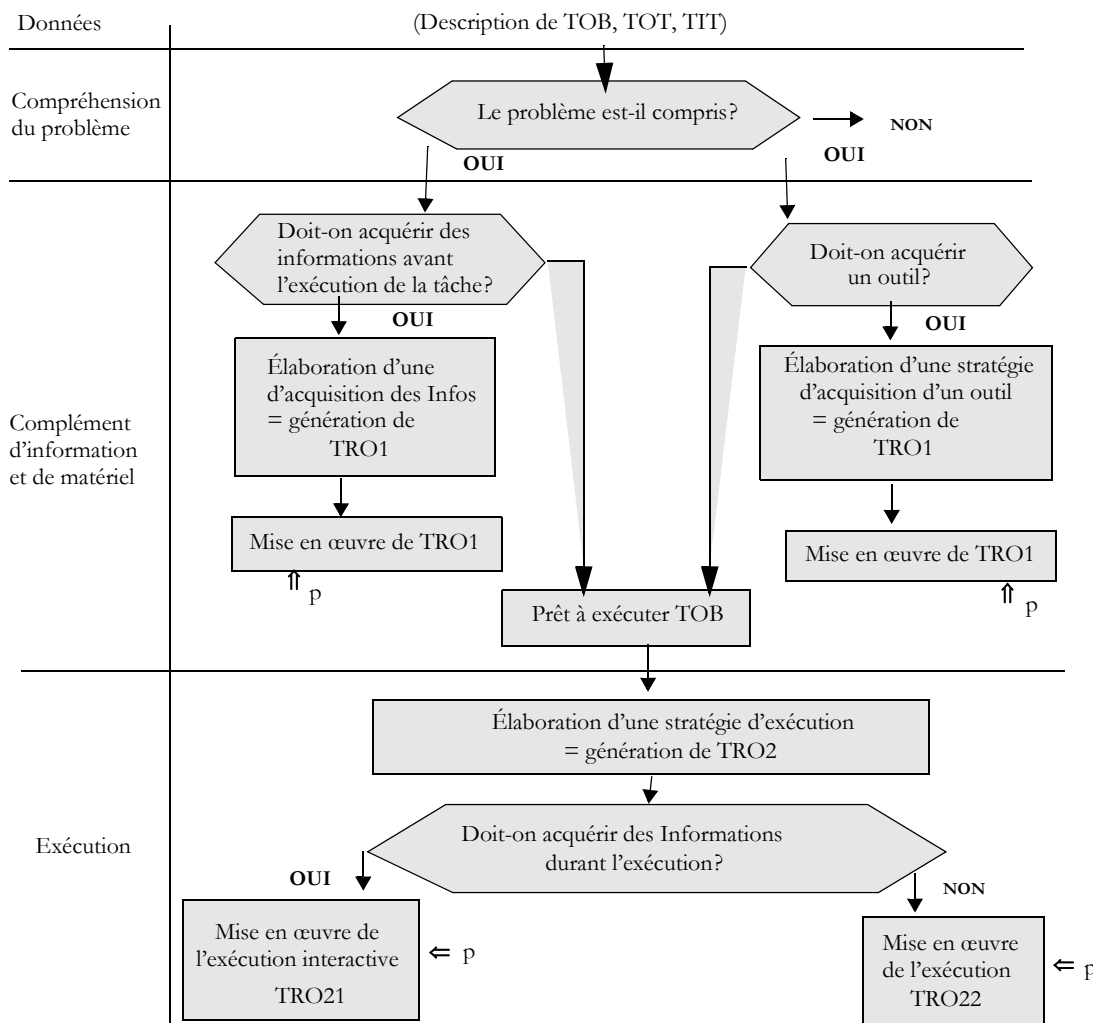
2.4 Constituants d'une macrotâche en branchement adaptatif

Ph. COIFFET (*op. cit.*, pp. 22-24) propose quatre niveaux de description de la macrotâche:

- TOB : la tâche *objectif*, comprenant les objets d'intérêts et leurs états (où l'objectif est un changement désiré d'état), les propriétés du milieu;
- TOT : la tâche *outil*, description des procédés et outils nécessaires (à rapprocher des "modules" dans un logiciel structuré de gestion);
- TIT : la tâche *d'interaction*, paramètres d'interaction avec l'environnement;
- TRO : la tâche *robot*, consistant à engendrer \mathbf{X} dans \mathbb{R}^n , puis le vecteur de coordonnées généralisées $\boldsymbol{\theta}(t)$, et ensuite les trajectoires commandées \mathbf{V} .

La description est dite "complète" si le processeur artificiel dispose de tous les éléments nécessaires au lancement de la macrotâche, ou s'il peut les obtenir par déduction algorithmique. Ceci est repris à la Figure 4 (COIFFET, *op. cit.* p.21.), qui montre le principe d'exécution d'une telle macrotâche en mode adaptatif.

Figure 4. «Macrotâche en mode adaptatif»



2.5 La "macrotâche" et le "processus de gestion"

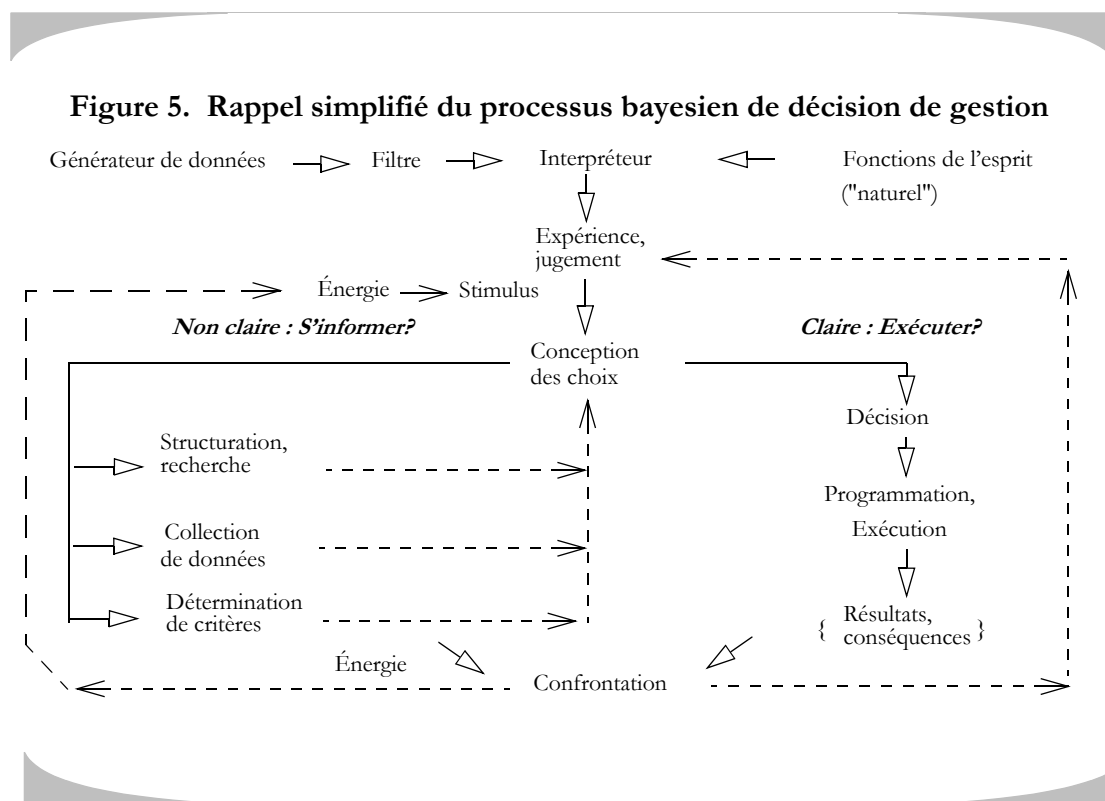
Pour constituer sa description, le processeur de macrotâche (son "moniteur") peut soit:

- Faire de la déduction algorithmique (analyse ou logique de prédicats);
- Demander des données à l'utilisateur;
- Estimer ou inventer des données;
- Élaborer une stratégie d'acquisition des données.

Ce point d peut être l'appel à des capteurs sensoriels pour trouver un objet ou une information manquante.

Les habitués des jeux vidéo interactifs (et, tout de même, de la recherche opérationnelle) reconnaîtront une correspondance avec le "moniteur" gérant le processus d'un "SIAD". En effet celui-ci a aussi une stratégie d'acquisition, ses capteurs visant à acquérir les résultats du jugement, de l'intuition, de l'émotion et des sensations du décideur "organique". Celui de la robotique, l'artificiel, transmet cependant ces résultats à une fonction de déduction *algorithmique* (au lieu de la fonction de "penser" dans le cas naturel). Un progiciel établissant une fonction d'utilité subjective présente également de telles similitudes.

La confrontation le plus, oserait-on dire, spectaculaire, peut se faire entre cette représentation de la macrotâche et le "processus bayésien" de la décision de gestion, vu et référencé dans l'exposé «Entrevue avec l'information». Pour ne pas abandonner la douce moitié de cette confrontation dans un lieu isolé, loin de toute affection, un extrait suffisant pour le présent propos en est repris à la Figure 5.



2.6 La décision de s'informer ou d'exécuter

2.6.1 Une référence en gestion

La Figure 5 a été garnie d'une question sur le seuil qui conduit à s'informer davantage ou à exécuter, selon le degré de maturité de la conception des choix. En gestion, en théorie de la décision, ce problème de seuil d'information a été notamment traité par COLSON et DE BRUYN ("An Integrated Multiobjective Portfolio Management System" In: *Mathematical and Computer Modelling*, Pergamon Press, 12, 1989). Son principe est d'exploiter la mesure d'entropie dans un modèle bayésien de décision.

Une entropie résiduelle excessive signifie une dispersion trop grande des possibilités, donc une incertitude trop grande pour conclure et décider. La réduction d'entropie est alors réalisée, par définition, par une nouvelle itération d'information.

2.6.2 Quelques points-clefs d'une approche artificielle

Soit que le robot soit en phase de macrotâche où il "sait quoi faire", quelle action et comment l'exécuter, mais le problème est au niveau du degré d'information suffisant ou non. Là, du point de vue de l'acquisition d'information, la correspondance entre la macrotâche robotique et les SIAD est celle d'une suite d'itérations qui à chacune d'entre elles se caractérise par une "stratégie". Cette stratégie se manifeste par l'élucidation du choix suivant:

- La stratégie de *progression*: poursuivre l'exécution de la tâche;
- La stratégie d'*acquisition*: décision d'acquérir d'autres informations ou d'autres éléments éventuels avant de poursuivre.

L'argument principal de la confrontation apparaît assez nettement: sur la Figure 5, il est représenté par les options qui suivent la conception des choix, à savoir à gauche le "non-claire" (et on s'informe) et à droite le "claire" (et on progresse, on exécute). Il faut ajouter que les robots plus récents que ceux répondant à ces principes pionniers sont aussi capables d'apprentissage. Un des facteurs qui a aidé ce progrès est la possibilité de stockage de données et de scénarios que le robot est capable de parcourir très vite, et retrouver efficacement des situations connues qui lui épargnent des phases de recherche. Cet argument de processus d'apprentissage est donc manifestement une des clefs, une raison d'être, du processus bayésien de la Figure 5.

2.6.3 La bifurcation décisionnelle en robotique

Avec le soutien écrit et moral principalement de Ph. COIFFET (*op. cit.*, tome 2, pp.180 et sq.), on peut proposer au robot trois scénarios de "bifurcation" de l'information (dite le "branching" en américain). Ce sont des façons de constituer des règles programmables dont des seuils de branchement seront cités en 2.5.3. Ainsi sont proposées:

- L'utilisation de la vision suffisante;
- L'approche des masques;
- La minimisation des distances pondérées.

L'approche de la *vision suffisante* est à présent fortement dominée par la reconnaissance des formes et des contours en intelligence artificielle, de sorte qu'il n'est pas possible de la suivre de près dans la petite confrontation présente.

L'approche des *masques* et celle de la distance minimale ont pour point commun une *donnée de référence* décrivant l'objet, ou l'état géométrique, à reconnaître de façon suffisamment sûre pour s'engager dans la voie de l'exécution. Attention: il s'agit d'un "modèle de", et d'algorithmes; on ne parle pas ici de "timing"! Une approche qui se décrit par un modèle analogue en robotique et en SIAD de gestion peut s'exécuter plusieurs fois par seconde en robotique, mais peut demander une semaine dans une problématique réaliste de gestion.

2.6.4 L'approche des masques

L'approche des *masques* s'adresse au problème restrictif de la reconnaissance suffisante des formes. L'objet à reconnaître géométriquement par le robot est enregistré par un ensemble de p (disons) vecteurs de référence qui le décrivent. On pratique ainsi les polices de caractères "vectorisées" et les "courbes de BÉZIER" en traitement de texte, ou encore les topologies des tumeurs (leur densité et leurs contours) en imagerie médicale. En standard, ces vecteurs sont relatifs aux attributs suivants:

- La surface;
- Les sommets;
- Les contours;
- Les moments.

On rapprochera ceci de l'aide à la décision multi-attributs où les objets (des options) sont décrits par p (disons) vecteurs d'attributs, ou par n_i scores sur des fonctions d'évaluation. Ici, ces vecteurs ne forment pas nécessairement une matrice, car il n'est pas imposé que les descriptions se fassent par des vecteurs possédant le même nombre d'éléments. Une telle homogénéité se retrouve en revanche en SIAD, parfois de façon un peu forcée, ce qui rend les procédures beaucoup plus commodes et les convergences plus nettes. La *référence* à satisfaire est alors une telle liste \mathbf{Y} de vecteurs, disons $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_j, \dots, \mathbf{y}_p$, dont les composantes internes sont d'indice i .

Un point-clef de l'approche des masques est, au moyen des capteurs et des interpréteurs, de constituer à chaque nouvelle itération d'indice k un nouveau tableau \mathbf{X}^k de vecteurs, correspondant au "masque", qui soit plus proche, puis le plus proche possible, du tableau de référence \mathbf{Y} original. Cette proximité est appréhendée par des mesures de distances entre l'"image" de référence \mathbf{Y} et le masque itératif \mathbf{X}^k . Ce dernier est contenu dans son domaine (de la scène du robot) par des bornes associées aux coordonnées et qui limitent aussi les déplacements lors de la recherche. Les mesures de distance des méthodes pionnières de ce type relèvent de la métrique de Minkowski, donc, à la k^e itération d'interrogation, les capteurs sont de bonne famille:

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y})_k = [\sum (\mathbf{x} - \mathbf{y})^L]^{1/L}$$

Certaines transformations ont accéléré l'interpréteur par des conversions de distances en corrélations entre la référence et l'état d'observation. L'orientation suivante, encore en vie, est celle des *mesures floues* et des *sous-ensembles approximatifs*. Ceux-ci présentent directement les degrés de crédibilité et d'information dans une macrotâche associée d'une formulation de système-expert.

Une correspondance entre ces masques et des aides à la décision dans le domaine de la gestion est due à LECLERCQ J-P., «Propositions d'extension de la notion de dominance en présence de relations d'ordre sur les pseudo-critères: MELCHIOR», *Revue belge de Recherche Opérationnelle, de Statistique et d'Informatique*, **24**, 1, 1984, pp. 32-46.

Ces notions de masque, et surtout de distance au point idéal, rappellent aussi des méthodes d'analyse des *préférences*. Leur élucidation, c'est-à-dire l'obtention d'un ordre médian à partir de rangements multiples, se fait par une heuristique de minimisation de la distance à un "point idéal".

Ce point est un objet fictif dont les scores sur chacun des attributs qui le décrit sont les meilleurs qu'il soit possible d'obtenir. Des méthodes telles que PREFCALC de JACQUET-LAGRÈZE et SISKOS sont typiques de cette démarche (*Méthode de décision multicritère*, Éditions Hommes et Techniques, Paris, 1983).

2.6.5 L'approche de la minimisation des distances pondérées

a Correspondance

Toujours en relation avec l'aide à la décision interactive, l'intérêt de l'approche de la minimisation de la distance pondérée est à nouveau de mettre en évidence que l'artificiel, en investigation et décision, ne peut prendre en compte les mêmes facteurs de complexité que le correspondant naturel, tout en étant plus performant sur d'autres, en l'occurrence le facteur topologique et algébrique, représenté par la puissance des algorithmes.

Les trois options stratégiques du décideur artificiel sont ici:

- Agir, donc se considérer comme suffisamment informé;
- Poursuivre l'investigation (sur des données absentes, ou laissant trop d'incertitude);
- Renoncer, les itérations faisant des bouclages, ce qui conduit à devoir conclure à l'*incomparabilité*.

Cette conclusion *formelle* de l'incomparabilité est en aide à la décision un apport reconnu de l'école, dite à juste titre "française", initiée par des contributions déterminantes dues à B. ROY (*Méthodologie Multicritère d'Aide à la Décision*, Economica, Paris, 1985). Dès les premiers pas, ROY a proposé ceci: si les données et préférences ne montrent pas de raisons suffisantes pour qu'un objet "surclasse" un autre ou soit surclassé par celui-ci, ou encore lui soit indifférent, il faut retirer de leur confrontation ce verdict d'incomparabilité.

La correspondance se poursuit par l'introduction, comme le titre l'indique, des *pondérations* sur les vecteurs de description. Elles sont fondées sur l'importance relative des vecteurs de mesure ainsi que sur l'imprécision dans la description de la référence et celle des capteurs.

b Formulation

Dans le cas industriel courant, chaque objet figure sur la liste dans laquelle le robot doit choisir en vue de l'extraire ou de le traiter. Il se situe dans un lieu de stockage, par exemple une boîte de pièces, un stockage à palette, ou des zones anatomiques, et est décrit par un tableau de vecteurs. La structure \mathbf{Y} de référence de l'objet h s'écrit en p vecteurs \mathbf{Y}_i d'indice $i=1, \dots, p$. Le tableau $\mathbf{X}_{(h)}$ des p vecteurs de mesures lui est confronté, et est mis à jour par les itérations.

$$\mathbf{Y}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \dots \\ \mathbf{y}_i \\ \dots \\ \mathbf{Y}_p \end{bmatrix}_k \Leftarrow \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{1n_1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i1} & \dots & x_{ij} & \dots & x_{in_i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{p1} & \dots & x_{pj} & \dots & x_{pn_p} \end{bmatrix}$$

Dans les versions pionnières (du début des années 80), les vecteurs \mathbf{y} étaient pondérés ainsi que les éléments du tableau \mathbf{X} , le critère d'approche étant de minimiser la distance entre les vecteurs de référence donnant les objets (ou diverses orientations géométriques d'un même objet) et ceux reconstruits par l'observation. Une distance d est alors une somme pondérée:

$$d(k) = \frac{\sum_{i=1}^p \omega_{ik} \cdot \sum_{j=1}^{n_i} \omega_{ij} \cdot (y_{ij} - x_{ijk})^2}{\sum_{i=1}^p \omega_{ik} \cdot \sum_{j=1}^{n_i} \omega_{ijk}}$$

Cet argument et l'expression de la distance sont également donnés par COIFFET (*op. cit.*), mais, comme pour d'autres formulations, ils n'ont pas été repris ici comme tel de cet auteur car ses notations instables n'ont pas pu en être élucidées.

Ce type d'agrégat renvoie aux premiers pas des méthodes de choix multicritères, via les sommes pondérées des scores sur les critères de choix ou d'actions, mais qui, comme les règles de trois, restent la seule "formule" que les gens comprennent. Dans le contexte d'aide à la décision, plusieurs critiques y ont été adressées, notamment :

- Les "pondérations" ont l'effet opérationnel de modifier relativement l'échelle numérique des scores (ou des mesures), alors que cela n'est pas leur rôle et que cela conduit à des distorsions des confrontations;
- Les pondérations relatives sont censées exprimer des taux marginaux de substitution – mais admettons que cela ne se pose pas de cette façon en robotique;
- Du fait que c'est un *agrégat*, le minimum de distance pondérée ne fait pas apparaître les écarts qui la constituent, et notamment peuvent cacher d'éventuels écarts qui seraient inacceptables pour retenir les options – ce qui conduit au "veto" dans les SIAD.

Des réponses à ces critiques ont été avancées – et mises en œuvre – par les auteurs d'aides à la décision multicritère, notamment dans les apports suivants:

- Le partage des actions en trois classes, "accepter, rejeter, ne pas conclure" sur la base de distances de scores relève typiquement en SIAD de la segmentation trichotomique, exposée et mise en œuvre notamment dans W. Yu, «ELECTRE TRI – Aspects méthodologiques et manuel d'utilisation» *Cahiers du LAMSADE*, 74, avril 1992, Université Paris IX-Dauphine;
- Une approche d'aide à la décision exploitant à la fois les pondérations et les seuils de discordance, donc rencontrant les critiques citées, est ELECTRE II, de ROY et BERTHIER, qui date de 1971 (cf. Roy, 1985, *op.cit. supra*), donc bien avant les formulations citées relatives à la robotique. Cette antériorité – selon les publications en tout cas – se retrouvera également dans d'autres approches.

2.6.6 Approche par des seuils discriminants

La procédure par seuils discriminants (sur les distances entre les vecteurs de référence et d'observation) montre une correspondance remarquable avec des méthodes de SIAD.

Ici, le décideur artificiel retient une attribution (ou reconnaissance d'un objet) potentielle:

- Si toutes les distances sont inférieures au seuil (ce sera de la *concordance*);
- Si une seule distance est supérieure au seuil, mais de *discordance* faible.

On utilise évidemment un vecteur de seuils dans le sens de la tolérance, et à chaque série d'itérations ceux-ci sont déplacés au cas où aucun objet ne satisferait aux conditions. Dans le domaine des systèmes d'aide à la décision en gestion, la publication suivante a en la matière un titre éloquent: A. TSOUKIAS, «Sur la généralisation des concepts de *concordance* et de *discordance* en aide multicritère à la décision», *Cahiers du LAMSADE*, **74**, 1999.

Le programme de tri, quant à lui, est typique de la famille des méthodes de "segmentation trichotomique" de l'aide à la décision mixte naturelle-artificielle, dans lesquelles l'analyste interroge le décideur sur ses seuils successifs d'exigence pour l'admissibilité d'une option. Le processus est une distillation qui exclut progressivement des références potentielles y_j quand les seuils de discordances sont débordés, et les phases d'observation sont réitérées jusqu'à l'élection du meilleur candidat, libérant le déclenchement de l'exécution.

Plus spécifique encore en robotique, selon COIFFET, (*op. cit.*, p.194), auquel on revient pour ce dernier tour de manège, des intervalles inférieurs à une grandeur donnée ne conduisent pas à une attribution, mais la reportent jusqu'à plus ample information. Ceci est tout-à-fait analogue à la définition de *fonctions d'évaluation* en tant que "pseudo-critères", correspondant aux "seuils d'indifférence" en aides à la décision et élucidation des préférences proposées et publiées essentiellement dans les *Cahiers du LAMSADE* (Paris IX).

Le N° 50 (de mai 1989) en donne un éclairage particulièrement compétent par B. ROY (dans «The outranking approach and the foundations of the ELECTRE methods»).

2.7 Résumé de la confrontation naturel-artificiel

2.7.1 Branchements

Quelques instruments de décideurs artificiels ont été évoqués, avec HOLT (1981, *op. cit.*) et COIFFET, (*op. cit.*), où la préoccupation dominante est celle des *branchements*, donc les choix de bifurcations, qualifiés de :

- Standard;
- Conditionnel;
- Dérivé;
- Avec interruption;
- Fonction de recherche;
- Adaptatif.

La description de la "macrotâche" comprend le problème de décision d'exécuter ou de s'informer plus avant, c'est-à-dire d'exploiter de nouveaux résultats de la fonction de vision artificielle. À cette fin, elle est fondée sur son organigramme de processus (la Figure 4), où domine la décision d'attribution à un tableau y_j de référence, ce qui induit le choix d'une action a_j d'exécution.

2.7.2 Résumé

Parmi les procédures décisionnelles citées, ont été mentionnées:

- La comparaison par masques et la corrélation image-masque;
- La minimisation des distances entre la référence et les mesures obtenues, ensuite pondérées puis garnies de fonctions de discrimination;
- La minimisation du "risque de Bayes" mais qui, bien que dite dans une publication citée, n'est pas référencée comme mise en œuvre en pratique;
- L'élection progressive par seuils de distances et intervalles non-discriminants, laquelle est convaincante, et même compréhensible.

Ce petit parcours, bien que démodé, montre des communautés "procédurales" entre certains aspects de décideurs artificiels dans des systèmes qui le sont aussi (en robotique) et des systèmes interactifs d'aide à la décision du milieu social, celui des travailleurs. Des rapprochements peuvent se faire surtout au niveau de:

- Une certaine communauté de *design* entre les systèmes interactifs. C'est le cas de l'organigramme des interactions entre:
 - d'une part les processeurs logiques et les sources d'information (capteurs, senseurs, paramètres donnés), aux premières loges la *macrotâche*,
 - d'autre part les procédures formalisées appelant au jugement, intuition, émotion, tensions, du décideur, confiés à un moteur faisant les confrontations et cherchant la *convergence* vers un meilleur choix;
- Un but d'accroissement de la *productivité* de processus;
- Le critère de minimisation du *risque* d'inversion de la décision;
- L'augmentation de l'acquisition d'expérience et d'*apprentissage* chez "l'artificiel".

3 Théorie de l'indécision

3.1 La problématique de choix

Une problématique de choix se présente lorsqu'un agent – naturel ou artificiel, individuel ou collectif – est confronté à plusieurs options auxquelles il peut consacrer de l'énergie. En ce sens, les problématiques de choix sont considérées comme un prolongement naturel de la production d'énergie par concentration de l'information, thème qui termine l'exposé sur "L'Information et sa thermodynamique", apothéose du Tome Nord.

Une telle problématique entre dans la famille systémique lorsqu'elle peut être exprimée en termes d'une intégration de structure, processus et contrôle dans des champs d'information et de téléonomie. L'expression générale de cette problématique devrait pouvoir être adaptée tant aux agents artificiels (dans les automatismes) que mixtes (interactions humaines-procédures), ou naturels (interaction femme-machine, mais sans machine).

Le processus conduisant l'agent aux options retenues est le "processus de choix", même si celui-ci n'aboutit pas, donc que la confrontation n'a pas d'issue malgré les efforts et la rémunération élevée de systémiciens. Un de ces processus (qui va suivre) propose la voie de la "sélection" d'options, parce que certains de ses modèles se prêtent volontiers à des séances systémiques collectives. Néanmoins, d'autres modèles de choix, qui ne sont pas fondés sur la sélection surnaturelle, peuvent exister. Ainsi en est-il par exemple de ceux qui sont fondés sur l'obligation, le désir, la passion, le vice, la contradiction rageuse, la tradition, la "British rule", la trouille... c'est-à-dire les termes qui donnent tout leur charme à la "non-rationalité", laquelle n'est pas la bête noire, mais plutôt la bête rose, des systémiciens.

Ces voies se prêtant mal à l'intégration mixte artificiel-naturel, typique de la systémique en gestion, elles resteront confiées aux théories du comportement et aux indisciplines académiques qui les exposent.

Quant au concept de *décision*, dont des acceptions figurent déjà à la section 1.3 de cet exposé, il peut désigner selon ce paradigme :

- Soit l'ensemble de la problématique : sa *formulation*, son *analyse*, sa *théorie*. Dans ce cas, l'issue du processus de choix serait un sous-ensemble des options présentes.

Cette acception la plus étendue conduit au niveau d'un *paradigme*. Il s'agit alors de la formulation d'une structure rassemblant les éléments constituant la situation de choix dans une formulation générale. En particulierisant ces éléments, on obtient les situations spécifiques présentées au Tableau 1, selon les *facteurs de complexité*, par exemple "dans l'incertain" ou "multijuge". Un tel paradigme – ses différentes versions – sera proposé ci-après ;

- Soit seulement l'aboutissement du processus de choix, l'*issue* de la confrontation : l'agent retient une "décision" parmi l'ensemble de celles qui sont disponibles. C'est le cas le plus courant dans l'abondante littérature vulgarisée pour la gestion ; toutefois, ceci devrait impliquer alors qu'il y a une situation d'intention, une suite active à donner à l'issue du choix, disons une "exécution" comme il est présenté à la Figure 1 rappelant le processus bayésien de gestion.

3.2 Les facteurs de complexité

En ce temps-là régnait la complexité. Elle exerçait son pouvoir en exploitant des *facteurs*, et s'imposait aux esprits faibles en leur inculquant des *paradigmes*. C'était au temps de l'exposé sur le thème «Complexité et paradigmes», qui a éveillé les esprits dans le Tome du Levant. Un de ces facteurs livre au courrier les "processus de choix" – et voilà qu'ils sont à présent arrivés, aussi timbrés que les autres mais, de plus, oblitérés d'autres exposés jetant le trouble dans les esprits.

Le Tableau 1 est calibré pour en donner les bonnes dimensions, tout en restant pincé comme les lèvres de Pépé qui a oublié son dentier.

La gageure de la systémique en gestion est alors la suivante : réunir le maximum de ces facteurs et de leurs composantes (les cellules du tableau) *dans un même modèle*. Ce modèle sera suffisamment général pour porter le nom de *paradigme*, et cela est d'autant plus vrai qu'un nombre grandiose de livres d'alchimie et de cuisine de la décision le met à toutes les sauces.

Tableau 1. Facteurs de complexité des processus de choix

Procédure	Multiplicité	Subjectivité	Incertitude	Collégialité
Admissibilité	Critères	Préférences	Probabilités	Multijuge
Tri (et conditions)	Multicritère	Valences	Possibilités	Compromis
Sélection; élection	Importances	Préjugés	Degrés de croyance	Négociation
Optimisation	Agrégation	Approbation de futur	Crédibilité	Majorité
Apprentissage	(In)comparabilité	Stratégie	Floues	Meta-décision

3.3 Les raisons d'hésiter

Les agents (naturels et artificiels) dotés de la fonction de perception et discrimination sont perpétuellement soumis à des champs d'information. En gestion, ces champs sont orientés par rapport à une perspective, une préoccupation, un projet, une intention qui réalise une téléonomie, à laquelle de l'énergie sera consacrée. Si aucune ressource ou énergie n'y sera consacrée, le problème est *indifférent* et ne se situe pas en gestion, mais peut relever de la théorie des comportements, de la psychologie sociale ou des Ordres contemplatifs, ou d'un paradigme formel sans plus.

L'hésitation est justifiée par l'information manquante pour s'assurer de l'obtention de cette perspective, futur désirable ou répulsion évitée, matérialisés par les conséquences, les effets des options, et aux premières loges des actions que l'on a "décidé" de mettre en œuvre. L'acceptation du mot "décision" comme "fin de l'hésitation" est donc ici de mise :

*Agis pour ce monde comme si tu étais éternel;
Agis pour l'Autre monde comme si tu devais mourir demain.*

Le Coran

L'incertitude a été exprimée à la section 5.2 par l'attribution de masses de probabilités sur deux états (exclusifs et exhaustifs) de la nature; cette version a été choisie pour avoir plus de familiarités avec les Lectrices, et y donner une suite opérationnelle facile, mais c'est trop simpliste et, surtout, démodé. Les versions qui suivent sont plus... artistiques.

Dans le chef d'un agent, le fait de n'être pas sûr peut être dû à plusieurs raisons, lesquelles donneront lieu à des indicateurs différents de cette non-certitude. La liste suivante donne de multiples raisons d'en... douter :

- La non-connaissance de la *liste* des états qui peuvent être les "vrais" ou qui peuvent se réaliser;
- Des *incertitudes* numériques et non-numériques dues à l'absence d'*indicateur* adéquat, à la difficulté d'observation, à l'instabilité ou la variabilité de l'objet;

- La *non-fia*bilité de la source de la connaissance, de son "informateur";
- Les *imperfections* des connaissances, soit parce qu'elles sont incomplètes, soit parce que les instruments d'observation sont imprécis;
- Les *catégories* sont mal séparées, les classes dans lesquelles on situe les objets sont mal définies et leurs limites imprécises;
- Le *codage* des connaissances est mal établi; par exemple leur description alpha-numérique est inadéquate ou incomplète, les termes linguistiques servant à les exprimer sont inadéquats ou ambigus;
- Les objets eux-mêmes ne se prêtent pas à la rigueur (comme l'*ambition* en psychologie, la *fluidité* en physique);
- Les objets peuvent être trop *complexes* pour être connus et décrits brièvement et correctement;
- Les objets peuvent n'être connus qu'à des degrés divers – ce qu'on appelle les connaissances *gradu*elles. Ceci est exprimé par la *densité d'information* de la description;
- L'agent peut souhaiter de l'*approximation*, la flexibilité, en raison de l'objet et de l'approche qu'il envisage d'utiliser.

On a dit que la dispersion des "effets" peut avoir plusieurs raisons, dont le fait que ceux-ci peuvent être conditionnels à des circonstances, des événements qu'on ne connaît pas, ne maîtrise pas. Dans le domaine de la gestion notamment, ces raisons sont fréquentes et souvent légitimes, et des descripteurs adéquats doivent donc être appelés pour permettre les modélisations de systèmes de décision. Certains de ces descripteurs sont cités ci-après dans l'optique de cet exposé, limitée à des connexions avec les systèmes artificiels; ils figurent bien sûr déjà dans la littérature pour adultes avertis, et les revues spécialisées.

En ce qui concerne leur mise en oeuvre, celui de l'entropie a été exploité dans l'exposé sur «L'Information et sa thermodynamique», et celui des probabilités conditionnelles sera bien servi dans la présente section 5 sur l'approche du risque. Quand on sent que la fin est proche (de cet exposé), les autres approches seront remises aux mains de leurs auteurs de droit.

3.4 Les descripteurs formels de la non-certitude

3.4.1 La clef des champs d'incertitude

L'information est définie ici comme *absolue* lorsqu'elle conduit à une *connaissance non-réversible*, à la certitude inexorable, la vérité définitive, la constatation incontestable. Cette issue peut s'obtenir d'un seul coup, ou au terme d'un processus d'apprentissage convergent in fine vers un attracteur stable. Une mesure *monotone* de non-certitude devrait pouvoir accompagner ce processus, et montrer le sens de la progression s'il y en a un, et rendre compte de son aboutissement. Ainsi, atteindre une probabilité égale à un est l'une de telles expressions d'aboutissement.

Ce processus d'apprentissage se déroule dans le *champ d'incertitude* de l'agent; ce champ est ouvert, à des entrées d'information issue de ses "environnements" – ce qui est merveilleusement présenté dans l'exposé «Modèles du hasard».

L'agent dispose d'un processeur des signaux pour modifier les relations dans ce champ; tandis qu'il "apprend", qu'il change son opinion, le champ lui-même se modifie, sa tension (différence de potentiel) varie dans les différentes dimensions, ou directions de l'incertitude. Un champ est en effet un objet épistémique, c'est-à-dire relatif à la configuration du savoir à une période donnée et à un contexte. Ainsi l'univers des possibles est contingent à l'agent, ce qui permet un apport et une évolution de l'information subjective. Les différentes descriptions de l'incertitude de l'agent seront dès lors des *descriptions de l'état* d'un agent du point de vue de la connaissance.

Celui-ci peut-être naturel (par exemple la crédulité), ou aidé par l'artificiel, par exemple une logique des prédicats. La mesure de la progression est un feed-back vers la connaissance de l'agent, qui maîtrise ou non la poursuite du processus, par une commande – donc qui le "contrôle" en quelque sorte vers une éventuelle convergence. Lorsque ces propriétés sont intégrées, on s'est bien approché d'un système. Reste à pouvoir exprimer un critère de performance, disons la probabilité d'inversion de la décision.

L'expression même de l'incertitude peut prendre différentes formes, mais elles relèvent de cette même idée que, vis-à-vis d'un sous-ensemble S de l'univers Ω des possibles, d'un état pertinent, le processeur de l'agent exerce une sorte de fonction $\nu(S)$ qui exprime le degré de confiance qu'il a dans le fait que l'événement S va se produire, que l'état S est celui qui prévaut ou va se réaliser si la situation est prédictive. Ce $\nu(S)$ est écrit pour *vraisemblance*, concept qui peut envelopper différentes expressions de degrés de croyance.

3.4.2 Les échelles des descripteurs

Ces échelles des descripteurs sont par ordre de densité croissante:

- Floues et linguistiques,

Par exemple, "assez cher", ou "élève nul, mais en progrès" (ce qu'écrit sur un bulletin l'instituteur TOPAZE de Marcel PAGNOL);

- Nominale:

Appartenance à des catégories ou modalités prédéfinies, donc décrites par un nom;

- Ordinale:

Mise en correspondance avec un ensemble indicé formant un préordre, ce qui s'écrit: $L_j := \{l_1 \leq l_2, \dots, \leq l_m\}$;

- Intervalle:

C'est l'échelle numérique monotone, mais défini à une homotétie près. Ceci veut dire que le zéro est arbitraire, et que les rapports ne sont pas signifiants.

Par exemple les cotes d'étudiants, où on ne définit pas la cote d'un étudiant "nul", et celui qui obtient 8 n'est pas deux fois meilleur que celui qui obtient 4;

- Ratio:

C'est l'échelle numérique quantitative habituelle, où toutes les opérations fondamentales sont permises.

3.4.3 Le champ aléatoire, probabiliste

Les agents de la décision errent hagards dans un univers aléatoire, Ω , un brouillard engendré par des processus qu'ils ne maîtrisent pas, et souvent ne comprennent pas. Dans ce champ se situent des zones de tensions différentes, formant des nuages de densités variées. Ces sous-ensembles de l'univers aléatoire Ω sont des *boréliens*, ensembles de parties que l'on peut unir ou assembler de différentes façons – formant une *Sigma-Algèbre* d'événements, sorte de potentiel qui flotte autour de soi. Les événements qui y figurent sont "possibles", et les plus denses ont la plus forte propension à se réaliser.

Il est alors favorable, car on verra que cela circonscrit les risques, d'essayer de deviner un peu ce que foment ce univers "stochastique", mot qui vient – comme par hasard? – de "stochastos", le "devin" en grec d'autrefois.

Quand quelque chose de ce potentiel se passe réellement, on dit qu'un événement s'est "réalisé". La fonction qui dépose l'événement sur le domaine effectif, et l'applique sur la droite \mathfrak{R} des nombre réels, s'appelle une variable aléatoire. Soit S un tel sous-ensemble d'états possibles, dont la densité n'est pas nulle (donc qui peuvent se réaliser); cette densité donne la *propension* de S à se réaliser. Cette propension est mesurée par diverses grandeurs, dont la plus usitée est la *probabilité*. Dès lors, les propensions sont exprimées par les *fonctions de densité* de probabilité et une des expressions de la connaissance incomplète est donnée en termes de probabilité.

3.4.4 La possibilité

a Le doute?

Le doute d'un agent augmente avec son potentiel de perception et de traitement de signaux... son intelligence? Un exemple de taille est celui de René DESCARTES, qui a même pris le doute comme point de départ pour devenir intelligent. Dans la vie et le langage courant, on entend d'ailleurs beaucoup plus d'affirmations péremptoires, non-conditionnelles, chez les gens peu cultivés: les richesses du langage du doute et de la pensée sont souvent parallèles. Il résulte de cet argument que l'agent plus lucide entrevoit *plus de possibilités*, s'adresse à un champ plus complexe, et de plus de potentiel d'incertitude.

L'assertion de probabilité est alors arbitraire, ou subjective, ou pas faisable raisonnablement lorsque son évaluation n'a pas de référence et ce, pour deux raisons:

- La première est qu'il n'y a pas de base de fréquence. Supposons par exemple qu'on veuille assurer la bourgade d'Anguille-Sous-Roche contre les tremblements de terre – qu'on y a jamais ressenti de mémoire d'âne: quelle prime verser, sur base de quelle probabilité? Soit qu'on assure la ville de POMPEÏ, déjà toute cassée mais sans tremblote depuis deux mille ans: la dernière éruption en fut cependant tellement spectaculaire que l'on peut s'attendre à une assertion de probabilité subjective plus élevée.
- La deuxième est une question: dans quelle mesure un événement est-il "aléatoire"? Peut-on le dire loin du déterminisme, ou hors de la maîtrise d'un opérateur? On devrait imaginer une distance par rapport au déterminé et certain, comme on mesure le degré de flou des sous-ensembles par leur distance de HAMMING par rapport aux ensembles vulgaires.

b Une mesure de possibilité

Quand une épouse dit qu'elle est sûre d'elle, c'est qu'elle est sûre d'elle; quand elle dit qu'elle est sûre de son mari... c'est qu'elle est bien sûre d'elle. De telles situations sont parmi les clientes de la théorie des possibilités.

Soit Ω un ensemble de référence, et soit S l'ensemble des sous-ensembles ordinaires de Ω ; un *événement* est un élément de S . Dans le chef d'un agent, un événement est considéré comme *impossible* s'il est totalement exclu qu'il puisse avoir lieu; sinon, il est simplement possible, et dès lors il peut prendre place parmi ceux qui peuvent agiter un processus de conception des choix puis de décision. Dans cette perspective, il est fort utile de disposer d'un indicateur du *degré* auquel tel événement est considéré comme possible, ce qui est l'objet d'une mesure de *possibilité*.

Un indicateur qui complète cette évaluation subjective devrait renseigner sur la mesure dans laquelle un événement est *certain*. Ce deuxième aspect est pris en charge par les mesures de *nécessité*.

Une mesure de possibilité Π est une fonction définie sur l'ensemble S , prenant ses valeurs dans l'intervalle fermé $[0; 1]$, et spécifiée par les propriétés suivantes:

$$(1) \quad \Pi(\emptyset) = 0; \quad \Pi(\Omega) = 1$$

Pour toute famille de sous-ensembles $S_1 \in S, \dots, S_j \in S, \dots$:

$$(2) \quad \Pi(\cup_{j=1, 2, \dots} S_j) = \vee_{j=1, 2, \dots} \Pi(S_j)$$

La notation \vee_j indique le supremum des valeurs figurant dans la liste. En l'occurrence, la propriété (2) signifie que la mesure de possibilité associée à une union d'ensembles est la plus élevée des possibilités de chacun d'entre eux.

Bien, entendu, la valeur $\Pi(S_j)=0$ implique que S_j est *impossible*, et $\Pi(S_j)=1$ implique que S_j est "tout-à-fait possible" ce qui est une expression peu heureuse, disant peut-être que rien ne paraît interdire d'office qu'il se réalise.

Reprenant le "cas angoissant", supposons que Ω soit l'ensemble des moments d'arrivée du coureur Binamé par rapport au peloton, les sous-ensembles S_j d'événements considérés étant $A:=$ "devant", $B:=$ "dedans", $C:=$ "derrière". Le A serait obtenu par exemple avec le doping, B avec le placebo (qui est neutre quant à la performance), et C par un crash dans les betteraves.

Envisageons d'abord deux des S_j , disons A et B . Dans ce cas la règle (2) ci-dessus s'écrit:

$$(3) \quad \forall (A, B) \in S^2, \quad \Pi(A \cup B) = \vee \{ \Pi(A), \Pi(B) \}$$

La lecture de (3) est que la possibilité de réalisation de l'un ou l'autre des deux événements (l'union) est le maximum (\vee) des mesures de possibilité de chacun d'eux. Dès lors:

Les mesures de possibilité ne sont pas additives.

Soient les évaluations respectives $\Pi\{A\}=0,4$ et $\Pi\{B\}=0,75$. Clairement, la réunion des événements "devant" et "dedans" a une possibilité de 0,75. On pourrait même évaluer que l'arrivée B dans le peloton soit "tout-à-fait possible", soit $\Pi(B)=1$, et les deux autres 0,75 et 0,40 ou ce qu'on veut de positif: il est clair que, même en ce cas d'exclusivité, il n'y a pas additivité (et d'ailleurs pas du tout d'indépendance).

Les propriétés (1) et (2) n'informent pas sur l'*intersection*, laquelle est définie par (4):

$$(4) \quad \forall (A,B) \in S^2, \quad \Pi(A \cap B) \leq \wedge \{ \Pi(A), \Pi(B) \}$$

La possibilité de l'intersection de parties de S est donc majorée par le plus petit des coefficients de possibilité associés à chacune des parties ("^" indique le minimum).

(5) Un corollaire de cette propriété est le suivant:

Deux (ou plusieurs) événements peuvent être possibles ($\Pi(S_i) > 0$), mais leur occurrence conjointe impossible: $\Pi(S_i \cap S_j) = 0$.

Ainsi, il est possible que le coureur arrive devant, ou derrière, mais pas les deux simultanément, ce dont on se doutait un peu.

A présent, la propriété (6) donne à la mesure de possibilité la propriété de *mesure floue*:

$$(6) \quad \text{Si } A \text{ et } B \in S, \text{ et } A \supseteq B, \quad \text{alors } \Pi(A) \geq \Pi(B)$$

Les mesures de possibilité sont monotones par rapport à l'inclusion.

La possibilité de l'ensemble englobant est donc toujours supérieure ou égale à celle de toute partie. Il va de soi, dès lors, que $\Pi(A \cup B) \geq \Pi(A)$.

In fine, les relations avec les compléments sont fascinantes. Qualifions de "contraire" l'événement A^c qui est le complément de A dans S. Dans ce cas:

$$(7) \quad \forall (A) \in S, \quad \text{soit } \Pi(A)=1, \text{ soit } \Pi(A^c)=1$$

Dans un ensemble S de possibilité, un événement ou son contraire est tout-à-fait possible.

La relation implique qu'une assertion de possibilité inférieure à 1 sur un événement implique son contraire est "tout-à-fait possible". Ainsi, si l'assertion "le coureur Binamé va gagner la course", soit $\Pi(A)$, est < 1 , alors l'assertion "Binamé perd la course" ("ne la gagne pas", ce qui est soit B, soit C) est "tout-à-fait possible".

c Distribution de possibilités

Le client de l'information est un être hésitant qui souhaiterait associer une expression de possibilité et vraisemblance aux différents états d'une liste gérée par la Providence – c'est-à-dire le processus supérieur qui gère les circonstances dans lesquelles se déroulent les processus réels de la vie.

Les mathématiciens jouent tout le temps avec leurs parties, leurs *boréliens* et autres collections inextricables de sous-ensembles. Le client, lui, préfère se donner une ensemble-liste d'éléments disons S, de cardinal M et disposer d'une mesure de leurs possibilités.

En effet, si le cardinal de S est son excellence M , il y a 2^M sous-ensembles, donc parties définies, ce qui revient à devoir définir 2^M coefficients de possibilité pour faire le tour de la question. Une distribution de possibilité simplifie cela en associant à chaque élément θ_j une mesure $\Pi(\theta_j)$. Elle répond alors à la définition suivante:

Une distribution de possibilité π est une fonction définie sur S , appliquant ses valeurs dans $[0, 1]$, et satisfaisant la *condition de normalisation*, à savoir:

$$(8) \quad \sup_{\theta \in S} \pi(\theta) = 1$$

Si on veut associer une possibilité à tout ensemble de S , il suffit de réunir des θ_j pour former une partie S_j et appliquer la propriété de la possibilité de l'union, à savoir:

$$(9) \quad \forall (S_j) \in S, \quad \Pi(S_j) = \sup_{\theta \in S} \pi(\theta)$$

C'est donc une mesure monotone vis-à-vis de l'inclusion, et dès lors elle répond correctement à la condition formant les mesures floues. Évidemment, la connaissance de la distribution permet aussi d'associer une mesure de possibilité à chaque élément.

Une exploitation logique et facile de (9), mais qui n'apparaît pas tout de suite via son sa formulation, est:

- Soit S un sous-ensemble de Ω ,
- et soit qu'il soit tout-à-fait possible que l'élément θ appartienne à S , donc:

$$\Pi\{\theta\} = 1 \quad \forall (\theta) \in S$$
- et impossible qu'il n'y appartienne pas, donc:
- $\Pi\{\theta\} = 0 \quad \forall (\theta) \in S^c$ dans Ω .
- Soient d'autres sous-ensembles de Ω , disons A, B, \dots ;

Sur la base de la connaissance du sous-ensemble S auquel θ appartient, il serait intéressant de faire une assertion de possibilité que θ appartienne à A, B, \dots dans Ω . C'est vite fait, car la simple logique indique que dans ces conditions

$$\Pi(A) = 1 \quad \text{si } A \cap S \neq \emptyset.$$

Donc, si l'intersection est vide (pas d'élément commun avec le "tout-à-fait possible"), alors $\Pi(A) = 0$.

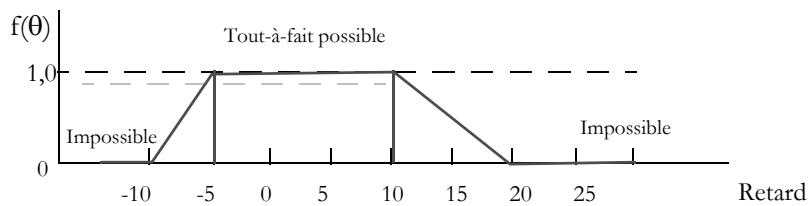
Lorsqu'on applique cela aux performances cyclistes de BINAMÉ Joseph, il boude pendant des semaines. En effet, soient les possibilités de retard suivantes:

- Impossible de gagner plus de 10 minutes: $\Pi\{-\dots, -10\} = 0$;
- Tout-à-fait possible de gagner jusque 5', jusqu'à en perdre 15: $\Pi\{[-5, +10]\} = 1$;
- Impossible de retard \geq à 20', car Binamé serait ramassé par le camion-balai et surtout perdrait la face: $\Pi\{[20, \dots]\} = 0$.

La Figure 6 montre la distribution de possibilité du retard, sans donner de détails sur les intervalles non-cités; les segments en pente illustrent la monotonie de la fonction sur les intervalles inclus.

Cette Figure 6 montre aussi la tête que peut tirer un *nombre flou*.

Figure 6. Distribution de possibilité de Binamé Joseph



L'attention des spectateurs est attirée sur le fait que les événements "performance" et "crash" sont tous deux "tout-à-fait possibles", alors qu'ils ne se recouvrent pas. On peut avoir ainsi des événements complémentaires qui sont tous deux absolument possibles, ce qui montre clairement que l'on n'est pas du tout défini par les axiomes de probabilité.

Cependant, on construit aussi sur les mesures de possibilité des mesures composées et dérivées, telles que les distributions de possibilités *conjointes*, *marginales* et *conditionnelles*. Ces aspects resteront confiées aux maisons d'édition sérieuses, car ils ne s'imposent pas dans la présente confrontation entre le naturel et l'artificiel.

3.4.5 Une mesure de nécessité

De ce qui précède, on a failli comprendre que le degré de possibilité, et même le tout-à-fait possible, ne renseigne pas sur le degré de certitude d'un état, événement – défini par le degré d'appartenance à un sous-ensemble. Ainsi, on peut avancer qu'un événement (S) et son contraire (S^c , son complément) sont tous deux possibles, ce qui laisse perplexe, ou encore constater que S^c est impossible, sans pour autant dire grand-chose sur le degré de certitude – la conviction? – de réalisation de S .

Les mesures de *nécessité* complètent le tableau. Elles sont fondées sur la possibilité – on les qualifie parfois de *duales* de la possibilité – et fournissent un coefficient lui aussi défini sur l'intervalle fermé $[0, 1]$. Plus précisément, une mesure de nécessité est une fonction définie sur l'ensemble des parties de Ω , et s'appliquant sur le fermé $[0, 1]$, spécifiée par les propriétés suivantes:

- (10) $N(\emptyset) = 0$; $N(\Omega) = 1$;
- (11) $\forall (S_1, \dots, S_k) \in \mathcal{S}, \quad N(\bigcap_{i=1, k} S_i) = \inf_{i=1, k, \dots} N(S_i)$

On lit donc en (11) que la nécessité de l'intersection est le minimum des nécessités respectives des ensembles concernés. Les propriétés formelles sont du même acabit que celles des mesures de possibilités:

- Si l'ensemble A *includ* $B \in \mathcal{S}$, la nécessité de $A = 1$, sinon elle est nulle;
- La nécessité de l'*union* de A et B est: $N(A \cup B) \geq \max \{N(A), N(B)\}$.

3.4.6 L'apport mutuel des mesures d'incertitude

Les mesures de probabilité, de possibilité et nécessité, de vraisemblance, ont des contributions complémentaires. Leurs relations mutuelles peuvent être synthétisées comme suit:

- Le point important qu'elles ont en commun, et qui spécifie les mesures floues, est la *monotonie par rapport à l'inclusion*;
- La *certitude* $C(\theta)$ dit s'il est vrai ou faux que θ s'est réalisé. Une version subjective de la certitude est qu'on en est absolument certain si, aux yeux de l'agent, rien ne peut empêcher qu'il se produise (et que l'information qui l'affirme soit vraie);
- En théorie classique des *ensembles*, l'appartenance de θ à S , $\mu_S(\theta)$, est bien nette, donnée par une application sur l'ensemble $\{0; 1\}$ – donc soit appartient à S , soit pas;
- En théorie des *sous-ensembles flous*, l'appartenance de θ à S est graduelle, et exprimée par la fonction d'*appartenance* $\mu_S(\theta)$ qui s'applique sur tout l'intervalle fermé $[0;1]$;
- La *probabilité* $P\{\theta\}$ est une mesure associée à la *propension* à se réaliser d'un événement, et s'applique sur l'intervalle $[0;1]$, avec 0 pour impossible, et 1 pour certain:
 - $P\{S\} = 1$
 - $\forall A \text{ et } \forall B \in S \text{ tels que } A \cap B = \emptyset, \quad P\{A \cup B\} = P\{A\} + P\{B\}$
- En théorie des *possibilités*, la mesure $\Pi(\theta)$ évalue le degré avec lequel l'*occurrence* de l'événement θ est possible. Cependant, elle ne donne pas une direction de la détermination, puisque si un événement S_j (partie de S) est possible, son contraire (S_j^c , son complément dans S) peut aussi être possible;
- La *nécessité* donne un complément d'indication sur le degré de détermination dans un contexte de possibilité. L'idée est qu'un événement est d'autant plus certain que la possibilité que son contraire se réalise est faible. Une expression qui convient à cela est alors:

Soit S l'ensemble des parties de Ω ;

$$(12) \quad \forall S_k \in S, \quad N(S_k) = 1 - \Pi(S_k)$$

Si la relation est à établir à partir de la distribution de possibilité $\pi(\theta)$, (12) devient:

$$(13) \quad \forall S_k \in S, \quad N(S_k) = \inf_{\theta \in S} [1 - \Pi(\theta)]$$

On sent que cette *possibilité* ne renseigne ni sur la *vraisemblance*, laquelle demande qu'on puisse observer la réalisation, constater le "vrai", ni sur la certitude.

3.4.7 Les probabilités subjectives et le risque

Soit que la dispersion des conséquences soit due au fait que celles-ci soient conditionnelles aux réalisations de situations potentielles, aléatoires ou dont le décideur n'a pas la maîtrise. Une des façons (on reparlera des autres) de décrire cette situation est d'y associer des probabilités, ce qui est un grand classique. Tous utilisent l'expression probabiliste, mais peu de gens savent exactement quoi faire lorsqu'il y a 9 chances sur 53 qu'un rocher tombe sur la voiture, ou qu'il y a trois chances sur 127 de recevoir une information disant que ce n'est pas vrai.

Et qui établira ses propres degrés de croyance, et comment?

Quoi qu'il en soit, selon un raisonnement dû à DE FINETTI, il est "rationnel" de comparer les conséquences aléatoires de par leurs espérances mathématiques, donc de projeter la dispersion sur un scalaire médian. Un des arguments est que si le choix était présenté à haute répétition, ce critère donnerait la meilleure issue au long terme.

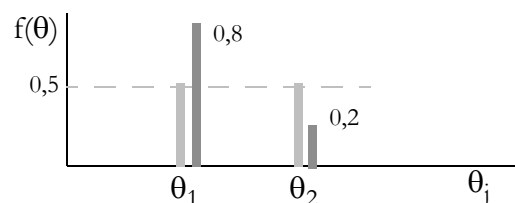
Pour illustrer ceci, on exploitera d'abord l'argument logique qu'en absence de support de vraisemblance en faveur de la réalisation de l'un ou l'autre des états, on suppose la plus grande incertitude. Ceci peut s'exprimer de plusieurs façons, par exemple, pour une problématique minimale, à deux états seulement:

- La *diffusion* maximale des états (θ_j), donc le maximum d'*entropie*. Pour ces deux états seulement, ce serait:

$$H(\Theta) = 1/2 \mathbf{1}_g(1/2) + 1/2 \mathbf{1}_g(1/2) = 1 \text{ bit}$$

- Une *distribution* de probabilité *uniforme* discrète sur les états θ_1 et θ_2 , montrée sur la Figure 7, porte de plus des masses 0,8 et 0,2 utiles dans un instant.

Figure 7. Distributions de probabilité discrètes sur les états θ_1 et θ_2



Lorsqu'on en reste aux densités uniformes ($1/p_j$) c'est alors la "moyenne" qui prévaut, ce qu'on présente comme critère "de LAPLACE". On obtient ici les *regrets moyens*:

$$0,5 (0) + 0,5 (20) = 10 \text{ pour } a_1$$

$$0,5 (10) + 0,5 (0) = 5 \text{ pour } a_2 \text{ (le meilleur choix, selon ce critère);}$$

Si on utilise une autre répartition des densités, par exemple 0,8 et 0,2, plus en faveur de θ_1 , on obtient alors les espérances de regrets, appelées dans ce contexte le *risque*:

$$0,8 (0) + 0,2 (20) = 4 \quad \text{pour } a_1 \text{ (le meilleur choix dans ce cas)}$$

$$0,8 (10) + 0,2 (0) = 8 \quad \text{pour } a_2$$

Ces valeurs sont portées au Tableau 2, où les colonnes intitulées $\mathbf{R}_\alpha(\mathbf{a}_i)$ donnent les "risques" associés à chacune des distributions de probabilité, α et β .

Tableau 2. Les conséquences en regrets

S: les états A: les actions	θ_1	θ_2	$R_\alpha(a_i)$	$R_\beta(a_i)$
a_1	$y_{11}=0$	$y_{12}=20$	10	4
a_2	$y_{21}=10$	$y_{22}=0$	5	8
$P_\alpha(\theta_j)$	0,50	0,50		
$P_\beta(\theta_j)$	0,80	0,20		

Des réticences et insuffisances de ce modèle réduit sont:

- Il suppose univers aléatoire Ω exclusif et exhaustif (ici formé seulement de θ_1 et θ_2) ce qui est très restrictif et, de plus, qui dira la "vraie" liste des états possibles?
- Cette présentation ne tient compte:
 - Ni de l'*étendue*, c'est-à-dire, l'écart entre les extrêmes, où l'on pourrait trouver une circonstance très défavorable, inadmissible;
 - Ni de la *dispersion*, qui sera cependant prise en charge par l'*utilité*.
- En outre, les *risques* sont fort différents selon les probabilités attachées aux états, entraînant des conclusions différentes. Ceci est légitime, mais qu'est-ce qui valide les probabilités retenues, si elles ne sont pas expérimentales? Si elles sont subjectives, dans le chef du décideur, voilà donc quelqu'un qui définit lui-même les paramètres de son risque, puis il retiendrait l'option qui minimise celui-ci. Cette composante subjective, et, partant, "naturelle", de cette approche la rend peu transposable à un décideur artificiel.

Ces réticences – parmi d'autres bien sûr – ont conduit à enrichir et à faire évoluer le paradigme de la décision, et donc à poursuivre par les sections 4, 5, et 6.

3.4.8 Les correspondances action-conséquence

Les hésitations des agents décideurs peuvent être dues au manque de correspondances, ou à leur multiplicité, entre les actions disponibles et leurs effets ou conséquences. Trois situations de ce type sont citées, conduisant chacune à une avenue entière de l'aide à la décision:

- S'il y a une correspondance *bi-univoque* (un bijection) entre l'action et "son" résultat, il suffit d'utiliser le préordre de préférence sur ces résultats pour ranger les actions; l'hésitation, dans ce cas, ne repose que sur les flottements du rangement des préférences – problématique prise en charge par l'analyse des *préférences floues*;
- Si l'application est une *surjection*, cela veut dire que plusieurs actions peuvent conduire à des résultats de même niveau de préférence, ce qui conduit à des classes d'équivalence entre les actions;

- Si l'application est *injective*, on dira que les conséquences sont "dispersées" selon les trois cas suivants:
 - La première est une *non-certitude* sur les conséquences qui vont prévaloir, manifestée par une liste de celles-ci, dont certaines ou une seule peut se réaliser;
 - La seconde est que les conséquences sont évaluées selon *plusieurs points de vue* (ou "critères") et que le meilleur choix n'apparaît pas immédiatement;
 - Chaque action peut avoir *plusieurs* conséquences; elles sont dites "dispersées". Des exemples de conséquences dispersées figurent dans l'exposé sur "La Téléonomie", notamment concernant est entreprises publiques et l'aménagement hydrologique d'un bassin fluvial.

Dans ce cas d'application injective:

- Le premier facteur de dispersion donne lieu au paradigme de *la décision dans l'incertain*, qui a longtemps dominé la littérature; il sera chanté à la section 4, puis repris à la section 5 de cet exposé;
- Le deuxième facteur de dispersion donne lieu au paradigme de *la décision multi-critère*, qui depuis longtemps domine la littérature, et sera repris à la section 6 de cet exposé.
- Le troisième apparaît comme typique de l'approche *systemique*, qui domine la littérature présente. La raison de cette qualification est simplement que cette approche complique les choses. Non pas qu'elle coupe les cheveux en quatre, mais elle voit quatre cheveux là où les autres n'en voient qu'un seul, et elle est payée pour éclairer les choix que les systémiciens trouvent complexes, alors que les Chefs SFCDT (cet acronyme, situé dans la correspondance de STENDHAL, a pu être déchiffré; il y signifie "Se Foutre Complètement De Tout").

Il résulte de ces différentes versions de la dispersion que choisir une action c'est opter pour un *vecteur de conséquences*, dont les listes d'éléments dépendent du cardinal de l'ensemble "M" des indices des "cas" de dispersion en pratique. Ceci aidera à comprendre l'expression mathématique du paradigme, où l'ensemble A des actions disponibles $\{a_i\}$ est défini par Y^M . Dès lors, si u est la fonction d'utilité, on pourrait écrire le tout par:

$$A \leftarrow u(Y^M)$$

Appliquer ce vecteur (de conséquences dispersées) sur un scalaire est une des procédures d'*agrégation*. Elles ont atteint le statut de *paradigme*, si bien qu'on les désigne par "PAMC", Procédures d'Agrégation Multi-Critères.

La tradition donne aussi deux grandes Voies de la Vertu multicritère:

- La première voie est dans l'esprit d'une *intention* générale, d'une "téléonomie multiple", à laquelle contribuent les critères particuliers, indépendamment des actions disponibles. On est alors dans la voie de la composition et décomposition (en utilités spécifiques) d'une *fonction globale d'utilité*;
- La deuxième est celle de la confrontation de diverses façons d'obtenir des résultats ou conséquences plus ou moins souhaitables: on entre alors dans la voie des *processus de choix*, élucidés par des *structures de préférences*.

4 Concerto pour paradigmes

4.1 Le paradigme académique de la décision

Le paradigme dit ici "académique" de la décision est une structure fondée sur quatre ensembles, dont les différentes versions engendrent la typologie de ses modèles :

- Un ensemble d'options disponibles;
- Des raisons d'hésiter;
- Les conséquences des options ;
- Une relation de préférence sur les options.

Bien que la structure globale leur soit commune, deux voies de formulations de choix (multiples) peuvent être distinguées selon des *raisons d'hésiter*. En effet, on admet pour causes principales d'hésitation que les conséquences des options peuvent être *dispersées*, et cette dispersion se manifeste de deux façons :

- La première est une incertitude sur les *conséquences* qui vont prévaloir, alors qu'elles sont de valeurs différentes selon les situations qui peuvent se présenter. Ces situations sont *aléatoires*, ou en tout cas telles que l'agent décideur n'en a pas la maîtrise;
- La seconde est que les conséquences sont évaluées selon plusieurs points de vue (exprimés par des critères) et que le meilleur choix n'apparaît pas immédiatement.

Les deux formulations dites "paradigme structurel" expriment dès lors :

- La problématique de choix dans l'incertitude;
- La problématique de choix multicritère.

4.2 La formulation du choix dans l'incertitude.

La convention la plus répandue est issue de celle établie par L.J. SAVAGE (*The foundations of statistics*, Dover, New York, 2^d ed., 1972). Elle conduit à définir la situation de choix dans l'incertain par un 4-uple $[S_M, A, Y, \cdot]$, où :

- S: est l'ensemble des M états possibles $\{\theta_1, \dots, \theta_k, \dots, \theta_m\}$. Ses éléments sont des *descriptions d'états*, par exemple des indicateurs, ou des variables linguistiques;
- Y: est l'ensemble des *conséquences* possibles des actions. Celles-ci peuvent être représentées par un indicateur de leur "valence", le degré auquel elles satisfont des attracteurs ou des répulseurs – proposés dans la téléonomie. Les indicateurs peuvent aussi être exprimées de façons variées, numériques ou linguistiques;
- A: $A \equiv Y^M$, est l'ensemble des *actions* disponibles, donc qui seront les issues du processus de choix. En effet, la notation Y^M implique que A est "l'ensemble des fonctions M vers Y ", donc qui appliquent les états possibles sur l'ensemble des conséquences Y ;

, : La notation " \succ " désigne ici une *relation de préférence* sur A , supposée être un préordre complet. "Complet" veut dire que toutes les actions figurent dans le rangement, et le "préordre" permet que certaines soient de même rang – formant ensuite des classes d'équivalence.

Cette notation mathématique, permettant évidemment un formalisme plus rigoureux, a l'inconvénient d'être peu intuitive pour des partenaires ordinaires de la décision en gestion, dont surtout les Chefs. À leur service, en voici quelques éclaircissements.

a : "A"

Dans le cas discret, A est une liste d'*actions* disponibles:

- $A \equiv \{a_1, \dots, a_i, \dots, a_n\}$, et soit
- $N \equiv \{1, \dots, i, \dots, n\}$ l'ensemble de ses indices.

L'action i donnerait la conséquence y_{ik} si c'est l'état k qui prévaut.

b : " \succ "

La présence d'une relation de préférence, notée ici " \succ ", implique une évaluation des conséquences, soit implicite, soit formalisée:

- *Implicite* veut dire que les ordres de préférence sont donnés au modèle, sans qu'on se préoccupe de la façon dont ils sont engendrés;
- Dans le cas de *formalisation*, le grand classique de ce paradigme est de supposer l'existence d'une *fonction d'utilité* dans Y qui décrit la valeur des conséquences. Cette fonction s'écrira $u: Y \rightarrow U$, dans laquelle U est un ensemble totalement ordonné.

Un tel ensemble peut être simplement la droite réelle – l'utilité est alors clairement "numérique" – ou un intervalle privilégié. La préférence est dans ce cas monotone et va de toute évidence dans le sens de l'utilité croissante, avec son opposé qui est la *désutilité*, associée à de l'indésirable, à des répulseurs, tels que le travail, les effets pénibles, les externalités, la pollution, la vieillesse, le mariage de déraison.

L'application " u " la plus célèbre est faite sur l'intervalle $[0, 1]$, où se situe l'utilité au sens de VON NEUMANN, associée à l'incertitude sur les réalisations états potentiels. La forme de cette fonction capture l'attitude de l'agent (décideur) vis-à-vis du risque; ainsi la concavité de cette fonction implique une aversion vis-à-vis du risque, et la distance entre la valeur d'une telle fonction et l'équivalence de certitude mesure la prime que selon ce modèle le décideur serait prêt à payer pour éviter la situation de risque. L'exemple précis de la section 5 présente un tel développement.

c : " S_M "

L'ensemble S des descriptions d'états comprend des situations qui peuvent prévaloir, dont le décideur n'a pas la maîtrise et n'a pas la connaissance parfaite, mais dont la réalisation conduit à des valeurs différentes des actions retenues. Par exemple, une situation de hausse de titres boursiers (θ_1) donne une satisfaction supérieure aux décideurs qui les ont achetés (disons l'action a_1), et bien sûr des regrets à ceux qui y ont renoncé (a_0).

Il est classique de qualifier ces possibilités *d'états de la nature*, expression qui rappelle à juste titre la variété des états potentiels dans le contexte de l'entropie et de l'information.

4.3 La providence et ou le destin

Le mot "nature" indique bien que les états sont présentés par un environnement, une providence ou un joueur, bref un processus exogène au machin décideur. La liste de ces états doit être *pertinente* et ce, de deux points de vue:

- D'abord, il faut une *raison* au moins de les faire figurer dans l'ensemble S; ces raisons sont associées à un certain degré de "vraisemblance";
- Ensuite, ils doivent être *discriminants*, en ce sens leur réalisation ou non a une influence sur la "valeur" des conséquences.

Les états S sont issus de l'ensemble de toutes les parties de Ω , conjointes ou disjointes, donc théoriquement toutes les façons possibles de former des sous-ensembles – par 1, par deux, par trois etc. On obtient donc 2^M possibilités – une belle petite entropie en vue!

Mais à tout moment t, un état de connaissance est représenté par un sous-ensemble des possibles. Comme ils peuvent évoluer, la mesure de la réunion de tous les sous-ensembles (la *sigma-algèbre*) permet d'associer des probabilités au fur et à mesure que l'information augmente, et on est parti pour les mesures d'information probabilistes.

Plus généralement encore, ce paradigme de la décision dans l'incertain prétend que le décideur est suffisamment intellectuel pour faire une application $\nu \equiv 2^M \rightarrow V$, où V est un ensemble totalement ordonné qui décrit la connaissance du décideur concernant S. L'ensemble V supporte donc divers degrés de connaissance des états, tel leur potentiel de réalisation, et ces degrés sont ordonnés, de telle sorte que la fonction $\nu(S)$ indique pour tous les états de la nature S qui peuvent se réaliser, au moins un *préordre de leur vraisemblance* dans le chef du décideur. Le mot "vraisemblance" est, dans ce cadre, un terme générique indiquant l'opposé de "surprenant" ou "inattendu".

Des expressions particulières de cette vraisemblance en définissent les mesures, citées ci-dessus, telles la *probabilité*, la *possibilité*, la *nécessité*, le *degré de croyance*, ou encore l'*entropie* et des variables linguistiques qui peuvent être traduites en *mesures floues*. On n'est donc pas restreint aux expressions probabilistes, qui sont efficaces du point de vue opérationnel, mais bien difficiles à établir. Ces autres expressions seront reprises après l'exécution d'une grande œuvre classique, la Symphonie du Risque.

5 La Symphonie du Risque

5.1 Un cas angoissant

5.1.1 Les données

Dans son parcours athlétique, la paroisse d'Anguille-sous-Roche organise son meeting olympique. L'Abbé Jules D'HOPAGE, coach de l'équipe cycliste de l'ASLJSIGASR (on connaît) doit décider s'il va ou non utiliser le doping.

Très précisément, donnera-t'il (action a_1) de la trichlorophénylméthylidosalicylatine de prostaglandines à son Squadron Leader J. BINAMÉ avant la grande course jusqu'à Rubis-sur-L'Ongle, laquelle prend une étape de ravitaillement au parking du centre commercial, au kilomètre 2, juste avant l'arrivée.

L'effet de la potion peut être magique (θ_1), et faire gagner du temps sur le peloton, ou peut faire un crash (θ_2), selon les hasards des impacts sur le métabolisme dudit coureur BINAMÉ. Cette vedette (il fut le meilleur coureur de sa rue) est un athlète disons, "de niveau", certes, mais en état de conservation avancée depuis septante-douze ans. S'il prend un placebo (action a_0), l'effet est nul, c'est-à-dire ni gain ni perte de temps par rapport au peloton. Ces gains de temps – "résultats" des actions – sont présentés au Tableau 3, dont la somptuosité ne peut que mériter une longue contemplation.

Tableau 3. Gains de temps de course

S: les états A: les actions	θ_1	θ_2
a_1	$y_{11}=10$	$y_{12}=-20$
a_2	$y_{21}=0$	$y_{22}=0$

5.1.2 Les entités du paradigme décisionnel

- Le *propriétaire* du problème est le sponsor, la commune d'ANGUILLE-SOUS-ROCHE;
- Le *récepteur*, ou client des "conséquences"; ici c'est le coureur BINAMÉ;
- Le *décideur* est l'Abbé D'HOPAGE;
- Le *processus* peut aussi appeler d'autres agents, tels un *expert* ou un informateur (ce qui se fera dans quelques instants);
- Les *conséquences* ont pour indicateur le gain de temps;
- L'*utilité* est le résultat de l'application de l'indicateur des conséquences sur l'échelle de téléonomie. Mais les "effets sur" vont au-delà: Une victoire de l'ASL... satisfait la téléonomie du Collège des édiles en les éblouissant d'honneur et de gloire tandis qu'ils boivent des verres au Café des Sports sur le compte des administrés.

Cependant, cette utilité est dite par rapport à la téléonomie du propriétaire du problème, et n'est pas nécessairement "pour le bien public". Elle n'est donc pas nécessairement *congruente* avec celle du décideur;

- Un *effet négatif*, ou *désutilité*, serait un accident de santé de BINAMÉ (Joseph) – mais ce n'est qu'une externalité, une pollution. Néanmoins, ceci peut affecter la réputation des sponsors, situation bien réelle en ces temps de glorieuses performances;
- Les *états pertinents* sont la performance ou le crash; ceux-ci sont exclusifs et exhaustifs, BINAMÉ étant un caractère entier. On pourrait cependant étendre la liste discrète (ajouter "pas d'effet") ou aller jusqu'à la rendre continue (en unités de temps);

- On pourrait citer aussi des *états non-pertinents* (crève ou non un pneu). Cependant, on se rend bien compte que ce n'est pas pertinent par rapport à cette décision-là; ces éléments-là ne forment pas une "famille" d'événements, cohérente avec la précédente;
- Le *processus* de choix est la séquence classique d'un raisonnement: *prémises – démarche – conclusion*. Comme on l'a dit, la passion, la corruption, l'inspiration, l'émotion (un état mental lié à *un instant* de perception) sont le plus réalistes, mais le moins systémiques.

5.1.3 Les choix directs

Avant que la science ne s'empare de leur dépouille, les décideurs faisaient des choix sinon honnêtes, du moins en accord avec leurs convictions – par exemple faire perdre à tout prix la pédale de l'abbé. Ainsi:

- Le critère du *maxi-max* (dit optimiste) propose l'action donnant la meilleure conséquence possible. C'est ici a_1 , donnant +10 slurps;
- Le critère du *maximin* (dit "pessimiste", ou de WALD) conduit à maximiser le minimum, donc choisir l'option du meilleur résultat dans la circonstance la plus défavorable. C'est ici a_0 , moins dangereux que le -20 de a_1 ;
- HURWICZ a proposé un paramètre qui situe l'attitude entre les extrêmes optimiste et pessimiste, soit $\beta a_1 + (1-\beta) a_2$, ce qui préfigure un peu les sous-ensembles flous.

5.1.4 Regrets éternels

Dans le cas de conséquences indiquées sur une échelle numérique, une petite transformation des données conduit à un singulier renversement d'attitude, et aussi d'expressions de la procédure. Elle consiste à écrire les résultats en termes d'écart par rapport au maximum obtenu si l'action la plus favorable avait été retenue – c'est-à-dire en regrets. Ceci conduit facilement au Tableau 4.

Tableau 4. Les conséquences en regrets

S: les états A: les actions	θ_1	θ_2
a_1	$y_{11}=0$	$y_{12}= 20$
a_2	$y_{21}=10$	$y_{22}=0$

Un léger avantage de l'expression par les regrets est de corriger la vision d'échelle, en lui donnant l'ordre de grandeur des écarts, ce qui est plus parlant. C'est aussi plus réaliste et émouvant: celles qu'on regrette sont toujours tellement plus jolies! C'est si vrai que sur les stèles funéraires, ce sont toujours des regrets que l'on exprime, alors que le défunt avait tant de qualités qu'on ne lui a jamais reconnues: "À mon époux adoré", "Je ne pense qu'à toi", etc.

C'est sans doute pourquoi, bien que techniquement les procédures arithmétiques donnent les mêmes choix, les expressions par les regrets sont présentées dans les décisions humaines et sont absentes des paradis artificiels.

5.2 La valeur de l'information

Soit d'abord le cas de l'expérience α , où les masses de probabilités sont 0,5 et 0,5. Il y a 1 bit d'information manquante pour lever l'incertitude. L'action de risque minimal (5 slurps) est a_0 , et pour faire plaisir à DE FINETTI on la choisit. À ce moment:

- Si un clairvoyant annonce que θ_1 se réalise, on regrettera $r(a_2, \theta_1) = 10$ slurps.
- Si, en revanche, on annonce que θ_2 se réalise, on regrettera $r(a_2, \theta_2) = 0$ slurps.

Donc, la *valeur de l'information parfaite* (VIP) est le risque de la meilleure action, c'est-à-dire le risque que l'on n'a pas subi. Dans le cas sous revue, ce bit d'information manquante, valant $I_2(1/2)$, vaut 10 slurps. Si on apprend que θ_2 se réalise, le regret étant 0, et la valeur de cette information parfaite là est nulle.

Comme il y a a priori une probabilité 0,5 associée à chacune des annonces θ_1 et θ_2 , l'Espérance Mathématique de la Valeur de l'Information Parfaite est, pour ce cas:

$$EVIP(0,5; 0,5) = 0,5 \cdot 10 + 0,5 \cdot 0 = 5$$

En considérant à présent le deuxième cas (P_α) de répartition des probabilités (0,8 et 0,2), l'action de risque minimal (valant 4) est a_1 .

Donc, par une procédure analogue, l'information manquante, mesurée cette fois par l'entropie, est de:

- $H(\theta) = 0,8 \mathbf{I}_g(1/0,8) + 0,2 \mathbf{I}_g(1/0,2) = 0,7219$ bits, et:
- $EVIP(0,8; 0,2) = 0,8 \cdot 0 + 0,2 \cdot 20 = 4$

Cette réponse est bien le risque de la meilleure option, a^* dans le deuxième cas d'expression des probabilités. L'Espérance de Valeur de l'Information Parfaite est dans ce cas de 4 slurps, ce qui est moins que 5, dit-on. L'agent étant plus "informé" a priori attribue donc, logiquement, une espérance de valeur moindre pour l'information manquante.

Cependant, *par bit* d'information l'EVIP est maintenant de $4/0,7219$, soit 5,54 – ce qui est supérieur à 5. Effectivement, l'effet de "surprise" d'apprendre θ_2 est ici supérieur car sa probabilité initiale de 0,2 est plus faible que le 0,5 du cas précédent. Un regret de 18 au lieu de 20 donnerait la même espérance de valeur par bit que dans le premier cas.

Formellement, les grandeurs qui viennent d'être élaborées sont:

$$H(\theta) = \sum_j \theta_j \mathbf{I}_g(1/\theta_j)$$

$$VIP(\theta_j) = r(a^*, \theta_j)$$

$$EVIP(\theta) = \sum_j P\{\theta_j\} r(a^*, \theta_j)$$

5.3 Le risque bayésien

A la fin du 18^e siècle, au cours d'une de ses prédications les plus célèbres, le pasteur Thomas BAYES a fait part à son audience médusée d'une Révélation qui lui a été faite pendant qu'il interrogeait la Providence sur les états θ . C'est en joignant les mains dans ses poches – ce qui n'est pas si facile que ça – qu'il fut touché par la grâce d'apprendre que l'on peut améliorer ses degrés de croyance non seulement par la foi mais encore par de l'information expérimentale. Voilà qui allait changer bien des vocations.

Pour donner une symbolique à son illumination, il s'est rappelé que ce qui est égal donne la même chose, donc que si x et y sont aléatoires,

$$P\{x\}P\{y|x\} = P\{y\}P\{x|y\}$$

Les probabilités conditionnelles s'expriment par les jointes sur les marginales non-nulles :

$$P\{y|x\} = \frac{P\{y\}P\{x|y\}}{P\{x\}}$$

Cette formalité, dite "formule de Bayes" étant accomplie, elle se transpose dans un champ d'incertitude Ω présentant les états θ_j , $j=1, \dots, m$. Soit \mathbf{z} un vecteur de résultats d'expériences effectuées dans ce champ. La nouvelle écriture en est simplement :

$$P\{\theta|z\} = \frac{P\{\theta\}P\{z|\theta\}}{P\{z\}}$$

Ceci exprime la probabilité *a posteriori* $P\{\theta|z\}$ par le produit de la probabilité a priori $P\{\theta\}$ par la *vraisemblance* $P\{z|\theta\}$, calibré par la probabilité marginale $P\{z\}$.

La probabilité marginale étant obtenue par la somme des probabilités jointes, la probabilité a posteriori se calcule opérationnellement, pour l'issue z_1 , par :

$$(1) \quad P\{\theta_1|z_1\} = \frac{P\{\theta_1\}P\{z_1|\theta_1\}}{P\{\theta_1\}P\{z_1|\theta_1\} + P\{\theta_2\}P\{z_1|\theta_2\}}$$

Le dénominateur est aussi qualifié de probabilité "prédictive"; celle-ci associe a priori des probabilités aux différentes réalisations possibles – les z_k – de l'expérimentation. Ces probabilités ne sont pas totalement objectives, puisqu'elles dépendent des assertions de probabilités a priori faites sur les états θ_j .

La mise en œuvre de (1) déclenche en faveur de la décision le processus *bayésien*. L'idée est de fonder le choix sur la situation d'information révisée, exprimée par les probabilités *a posteriori*. Comme celles-ci sont obtenues en exploitant des issues d'expériences, l'agent est rassuré quant à la direction qu'il prend dans le champ d'incertitude, soit la plus *vraisemblable*, donc de probabilité maximale de θ étant donné le résultat d'expérimentation \mathbf{z} .

Le processus bayésien étant statistiquement *naturel-conjugué*, les probabilités a priori sont révisées par les itérations, ce qui est une forme élémentaire d'apprentissage. En décision robotique, une telle procédure, comme dans les premières générations de systèmes-experts, ne dit cependant pas que faire des options écartées en raison de leur plus faible vraisemblance. À une description de référence y_k correspond donc une action, disons a_j .

Le choix peut se faire en utilisant la probabilité maximale de Bayes pour construire le risque minimal. Celui-ci se définit par le produit d'une pénalité par sa probabilité d'être subie, et l'espérance mathématique de ces risques, pour un état d'information donné, est dit *risque de Bayes*. Cette approche est la plus académique de l'*analyse de décision*. Elle est formulée de la sorte depuis les années 50, au temps des succès de Brigitte BARDOT, car c'était l'époque où on s'occupait de l'analyse de la forme plutôt que du fond.

Puisqu'une expérimentation peut dégager un peu d'information, l'idée vient immédiatement, dans l'exemple sous revue, d'essayer le produit d'abord sur des coureurs clandestins estoniens. Selon l'effet du dopage, les temps des Estoniens sont soit inférieurs de 8' (issue z_1), soit supérieurs de 10' (issue z_2). Le Tableau 5 montre les probabilités conditionnelles de ces issues, $P\{z|\theta\}$, lesquelles expriment les vraisemblances des états θ associées à cette information.

Tableau 5. Les conséquences en regrets

États	$P\{z_1 \theta\}$	$P\{z_2 \theta\}$
si θ_1 , alors:	0,8	0,2
si θ_2 , alors:	0,1	0,9

Tout cela ne sont que des caprices de vieillards. Mais le problème de gestion surgit comme suit: si la prime du sponsor (Prémaman) est de 1500 zeuros la minute, combien faudrait-il payer les Estoniens pour l'essai? Cette question pose celle de la *valeur de l'information*, et deux approches peuvent être suivies, à savoir l'analyse *extensive* et la stratégie *pré-postérieure*. Elles conduisent à la même option car elles sont toutes deux fondées sur la *minimisation du risque*.

5.4 L'analyse extensive

Avant l'expérience, l'Espérance de Valeur de l'Information Parfaite est la différence entre l'espérance de gain dans l'incertitude a priori et l'espérance de gain en cas d'information parfaite, soit ici:

$$EVIP_{\theta}(0,5; 0,5) = 0,5*10 + 0,5*0 = 5$$

L'expérience z modifie les probabilités a priori $P\{\theta\}$ en les probabilités *a posteriori* $P\{\theta|z\}$; dès lors, l'EVIP associée à chaque issue de z , par exemple z_k est:

$$EVIP_{\theta|z_k} = \mathbf{E}_{\theta|z_k} VIP(\theta) = R_{po}(z_k)$$

Ceci montre l'EVIP est le *risque a posteriori* si l'issue est z_k .

L'Espérance de la Valeur de l'Information Expérimentale (EVIE) pour z_k est la différence entre l'Espérance de Valeur de l'Information Parfaite avant ce recueil de z et cette EVIP après:

$$EVIE = EVIP_{\theta} - EVIP_{\theta|z_k}$$

Avant l'expérimentation, cependant, l'issue n'en est pas encore connue, de sorte l'espérance de la valeur de l'information de l'ensemble de l'expérience z est obtenue en associant les probabilités prédictives de ces issues à leur EVIE respectives, soit:

$$EVIE(z) = E_z[EVIE(z)] = EVIP0 - E_z[EVIE_{po}(z)] = R_o - R_{po}(z)$$

Le risque a posteriori $R_{po}(z)$ est bien sûr l'Espérance de regret a posteriori, prise sur les issues z_k de l'expérience.

Reste à prendre en considération le coût de l'expérience, disons $c(e)$. Déduisant celui-ci de l'EVIE(z), on obtient l'Espérance Nette de Valeur de l'Information de l'Expérimentation, l'ENVIE:

$$ENVIE = EVIE(z) - c(e)$$

Le Tableau 6 réunit les données de cette problématique. Il aide à obtenir les probabilités a posteriori de θ_j , par le rapport des probabilités jointes $P\{\theta_j, z_k\}$, aux probabilités marginales, c'est-à-dire *prédictives*, des θ_j .

Tableau 6. Tableau opérationnel de l'analyse extensive

$P\{z q\}$	Favo- rable z_1	Défavorable z_2	$P\{\theta_j\}$	z_1 : favorable		z_2 : défavorable			
Réussite θ_1	0.8	0.2	0.8	0.64		0.16		Pr. jointes $P\{z, \theta\}$	
Echec θ_2	0.1	0.9	0.2	0.02		0.18			
Probab. prédictives $P(z)$:			$\Sigma=1$	0.66		0.34			
Probabilités à posteriori $P\{\theta z\}$:			$P\{\theta_1 z_k\}$	32/33		16/34			
			$P\{\theta_2 z_k\}$	1/33		18/34			
				$\Sigma=1$		$\Sigma=1$			
				a_1	a_2	a_1	a_2		
$E_{\theta}\{P\{\theta z\} r(a_i, \theta)\} = R(a_i, z_k)$:				20/33	320/33	360/34	160/34		
Actions de risque minimal :				a_1			a_2		
Risque de Bayes :				20/33		160/34			
Risque brut de la stratégie de Bayes :				20/33 * 0.66 + 160/34 * 0.34 = 2					$R(S_B) = EVSI$
Risque net de la stratégie de Bayes :									$R(S_B) + c(z)$

Cette forme est qualifiée d'*analyse extensive*. Elle fournit les résultats suivants:

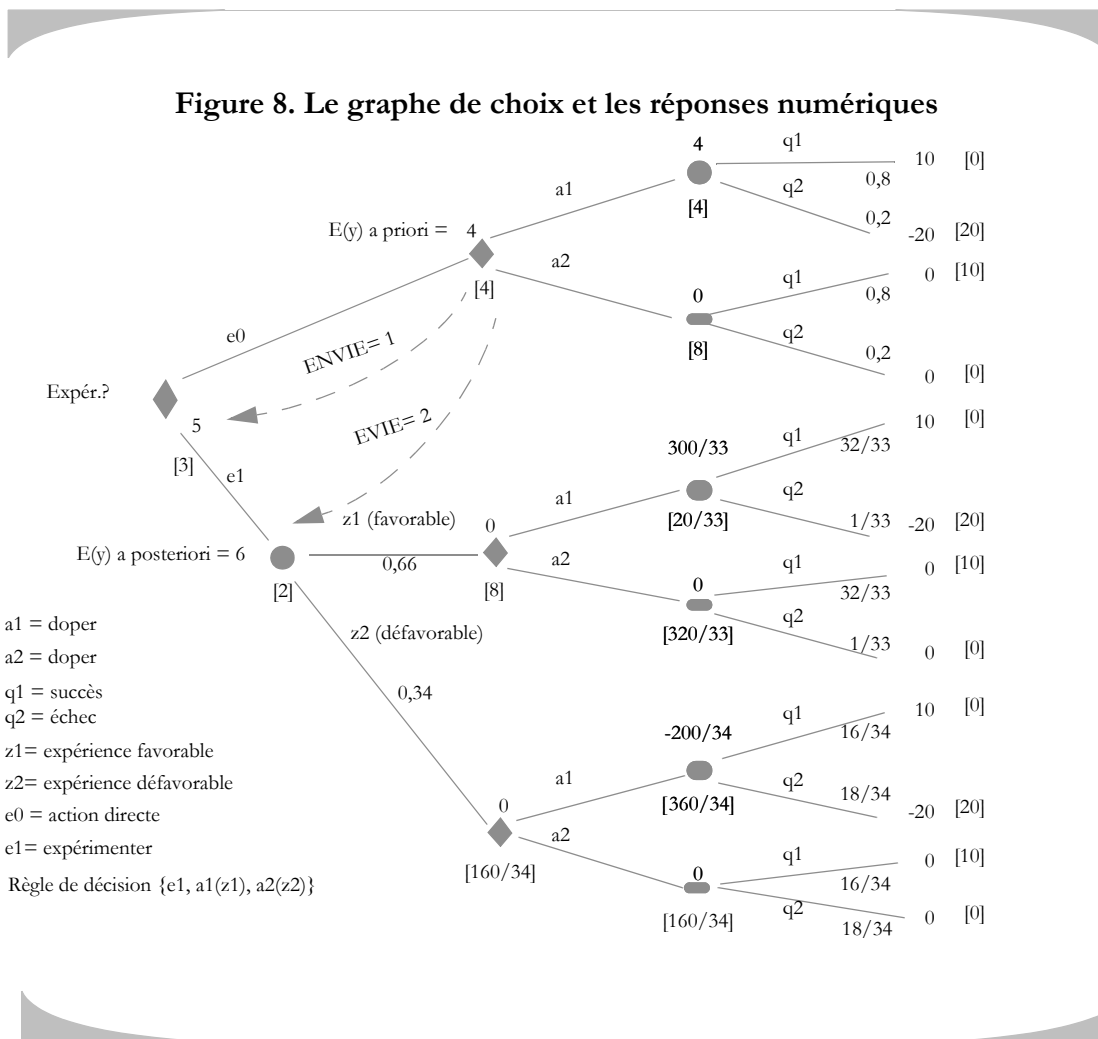
- Le risque brut de la stratégie de Bayes, c'est-à-dire l'espérance de regret a posteriori par rapport à l'expérimentation – ici $R_{po}(S_B)$, de valeur 2;
- Comme cela comprend une expérimentation, il faut tenir compte du coût de celle-ci, disons $c(e)=1$. Ceci donne le risque net de la stratégie de Bayes, soit $R_{po}(S_B)+c(e) = 3$.

- Donc, $ENVIE = R_0 - R_{po}(S_B) = 4 - 3 = 1$, ce qui est >0 . En conclusion, la stratégie est d'effectuer le test estonien (e_1) et d'adopter la règle de décision $\{e_1, a_1(z_1), a_2(z_2)\}$.

La Figure 8 montre le graphe de choix et les réponses numériques. Les probabilités sont en italique et les regrets entre parenthèses. La conclusion de ce problème est qu'on peut verser un slurp de prime aux Estoniens, y compris le prix des produits et de leur silence, mais comme l'exemple est débile, on n'en a rien à cirer – on peut "SFCDT" (*op.cit.*)

5.5 L'approche prépostérieure et la stratégie.

Les comportements stratégiques sont typiques des situations de jeux, où les acteurs prennent des dispositions ou des actions qui anticipent différents mouvements possibles du joueur adverse. En théorie de l'indécision, les mouvements ou situations θ que l'agent ne peut contrôler ne sont pas nécessairement hostiles, mais peuvent évidemment être défavorables, ou même catastrophiques. Dans ce dernier cas, l'attitude raisonnable est de prendre l'option de se protéger contre le pire; c'est une vue *pessimiste* qui peut coûter cher en regret, en renonçant à une bonne affaire potentielle (un état θ favorable) ou à une performance possible.



Les approches *extensives* et *stratégiques* peuvent donc se comparer comme suit:

- L'analyse extensive est froide, procédurale et quasi algorithmique, et surtout de démarche "rétrospective" puisque, à l'instar de la programmation dynamique, elle est formée de sous-politiques optimales à partir de la valeur des états terminaux;
- Le comportement stratégique est tel que des orientations sont prises maintenant, a priori, en tenant compte d'issues potentielles d'expériences envisagées, d'observations que l'on pourrait faire ou pourrait se payer. Son attitude sous-jacente est donc plus prospective, spéculative, anticipative.

Malgré l'ambiance qu'on veut leur donner ici, ces deux formes du paradigme de l'indécision sont cependant équivalentes, et on ne peut en préconiser l'une plutôt que l'autre dans la perspective d'un décideur artificiel.

L'analyse *prépostérieure* consiste à établir d'abord la liste des options stratégiques ($S_1, \dots, S_k, \dots, S_m$), c'est-à-dire les actions disponibles eu égard aux états de la nature potentiels. Les actions dominées quelles que soient les probabilités des états, sont éliminées – elles sont citées comme "inutiles" sur le tableau. C'est ce que font les premières lignes du Tableau 7 sur les données de la course cycliste.

Tableau 7. Les options stratégiques

	S_1	S_2	S_1	S_2
z_1	a_1	a_2	a_1	a_2
z_2	a_1	a_2	a_1	a_2
$P\{a_1 S, \theta_1\}$	inutile			
$P\{a_2 S, \theta_1\}$	0	1	0.2	0.8
$P\{a_1 S, \theta_2\}$	1	0	0.1	0.9
$P\{a_2 S, \theta_2\}$	inutile			

Les risques sont ensuite établis pour chacune des stratégies, en incluant les coûts d'une expérimentation si elle est conduite, ce qui donne donc l'espérance de valeur de l'information de l'expérimentation. À ce moment, l'analyse sous forme extensive et celle-ci, prépostérieure, se rejoignent, la stratégie de risque minimal étant retenue. Si tout va bien, on obtient le même choix, mais souvent on se trompe toujours.

Le Tableau 8 récupère les données du problème de la course et rend opérationnelle la démarche qui vient d'être décrite. Les probabilités a priori $P\{\theta_j\}$ sont de 0,8 et 0,2, placés sur la dernière ligne. Le fait d'expérimenter est écrite e_1 (sinon c'est e_0), et le coût utilisé pour l'exemple numérique est $c(e_1)=1$; dans ce cas, les résultats de la stratégie sont entre parenthèses, comprenant $c(e_1)$.

5.6 Le stratège sensible

5.6.1 La probabilité d'inversion

Les Stratèges, ayant à l'oeil les jumelles de la conquête au lieu des larmes de la misère, dominant du haut de leur colline le monde rampant du travail, émus de leurs désirs flous mais grandioses. On les trouve dans des Commissions, dans des Staffs, comme Conseillers du Président, comme mouches des Coaches de rugby, ou Capitaines de courses cyclistes des paroisses laïques; que ce soit comme virus politiques ou bactéries de parti, on les trouve toujours déployant leurs ailes de prédateurs sur le labeur et l'argent des autres. Mais ils le paient en vagues-à-l'âme, en sueurs froides sur leurs peaux de crânes chaudes; ils ont toujours ce malaise temporel, bien compréhensible chez des gens qui s'occupent a priori de leur prépostérieur.

Tableau 8. Analyse prépostérieure

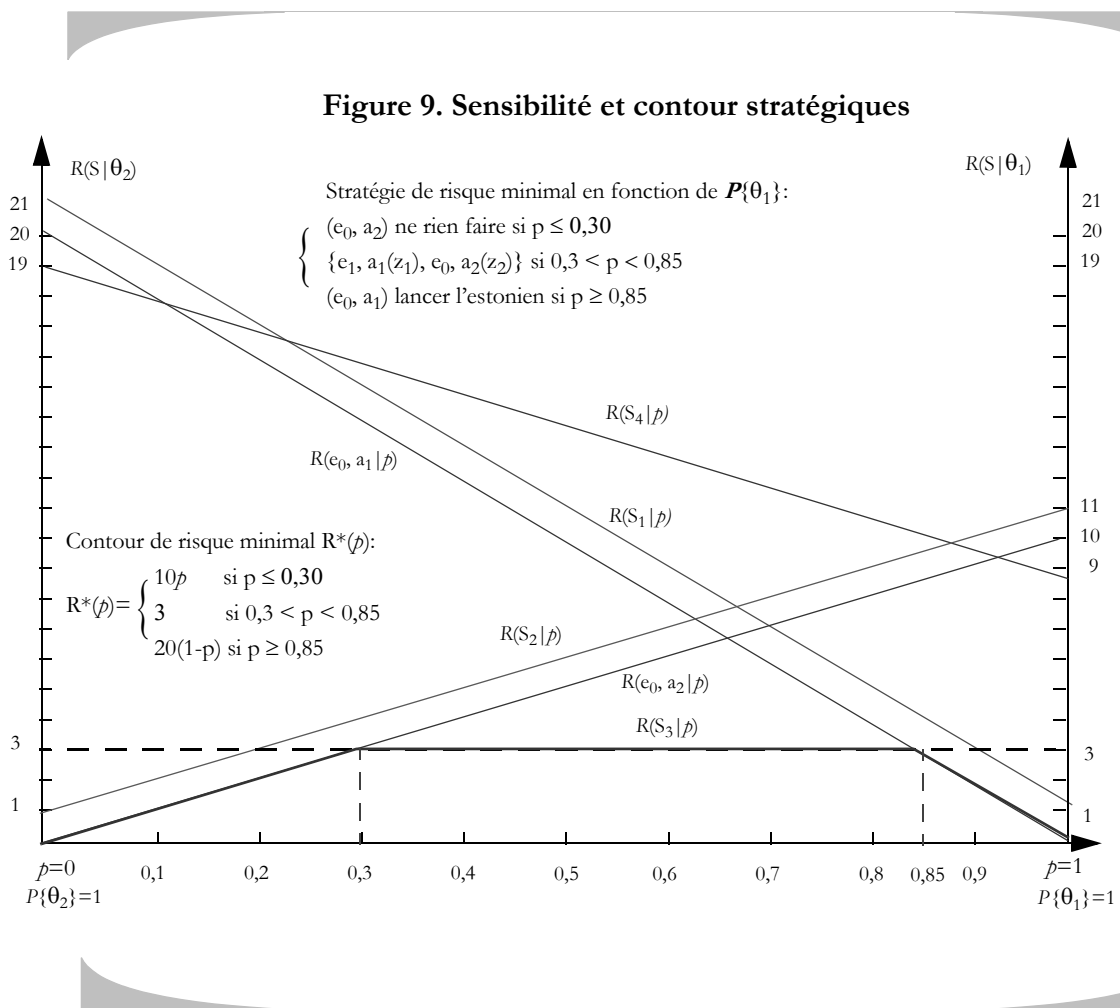
	$R(a, \theta)$	θ_1	θ_2	Définitions
Risque brut : Risque net :	a_1	0	20	Matrice des regrets
	a_2	10	0	
		$R(S, \theta_1)$	$R(S, \theta_2)$	$R(S)$
		$(R+c)$	$(R+c)$	$R(S)+c$
On ne retient que les probabilités d'erreur	(e_0, a_1)	0	20	4
	S_1	(1)	(21)	(5)
$R(S, \theta) = \sum_i P\{a_i S, \theta\} r(a_i, \theta)$:	(e_0, a_2)	10	0	8
	S_2	(11)	(1)	(9)
Stratégie de Bayes :	(e_0, a_3)	2	2	$2 = R(S_B)$
	S_3	(3)	(3)	$(3) = R_B$
$e_1 = \text{test } e_1, a_1(z_1) \text{ et } a_2(z_2)$	(e_0, a_4)	8	18	10
	S_4	(9)	(19)	(11)
	$P\{\theta_j\}$	0.8	0.2	

La hantise des stratèges, c'est la *probabilité d'inversion* de la décision. Alors que les agents de quartiers économistes sont là pour maximiser les gains – les leurs ou ceux des autres – les Stratèges, eux, ont les panses gonflées pour minimiser ce truc-là. À cette fin, trois voies se présentent:

- Faire admettre l'hypothèse que les conséquences des actions retenues seront stables;
- Maximiser le consensus parmi les acteurs: c'est l'approche multijuge de l'indécision;

- Maximiser la concordance entre les critères de choix: c'est l'agrégation multicritère;
- Minimiser le risque a priori, ce qui peut être aidé par l'étude de la sensibilité des options de risque minimal à certains paramètres. La formulation d'un problème, qui lui donne des caractères artificiels, contribue souvent moins à le résoudre qu'à permettre de le simuler, ce qui rassure sur les variantes des choix. Un petit point sensible est découvert ci-dessous pour l'exemple sous revue.

La découverte des domaines stratégiques et de leur contour – très belle expression pour trois petits segments de droite – se fonde sur les résultats du Tableau 8. Le truc est de faire varier la probabilité a priori $P\{\theta_1\}$, c'est-à-dire le paramètre subjectif – celui des degrés de croyance du décideur – et d'en exprimer les risques. Le contour efficient est alors la séquence de segments suivant le risque minimal, ainsi qu'il est présenté à la Figure 9. La deuxième sensibilité est calculée en fonction du coût de l'expérimentation.



5.6.2 Sensibilité au coût de l'expérimentation

L'analyse graphique suivante présente le contour de risque minimal en fonction du coût d'expérimentation $c(e)$. En voici les données numériques:

Si $c = 0$, $R^*(p) = 10p$ si $p < p_0 = 0,2$ et on ne fait rien (e_0, a_2) ;

$R^*(p)=2$ et si $0,2 < p \leq 0,9$, on adopte $S_3 = \{(e_1, a_2(z_1), a_2(z_2))\}$;
 $R^*(p)=20(1-p)$ et si $p \geq 0,9$ on adopte Binamé sans test (e_0, a_1) .

Si $c = C_{\max} = 20/3 - 2 = 4,66\dots$,

$R^*(p)=10p$ et si $p < 2/3$ on ne fait rien (e_0, a_2) ;
 $R^*(p)=20(1-p)$ et si $p \geq 2/3$ on adopte Binamé sans test (e_0, a_1) .

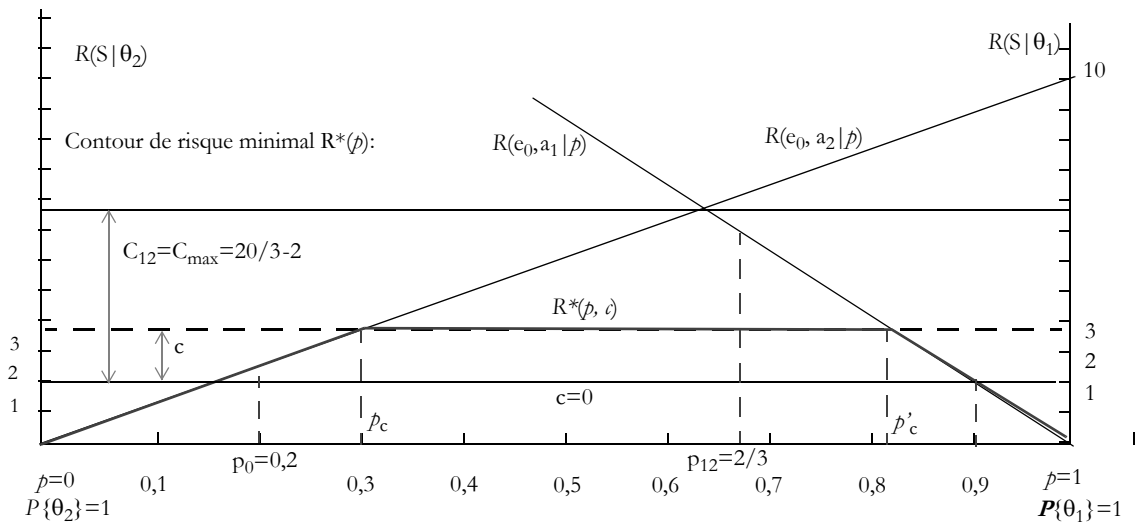
Pour Si $0 < c < C_{\max} = 4,66\dots$,

$R^*(p)=10p$ et si $p \leq p_C = 0,2$ on ne fait rien: $S := (e_0, a_2)$;
 $R^*(p)=2+C$ et si $p_C < p \leq p'_C$ on adopte $S_3 = \{(e_1, a_2(z_1), a_2(z_2))\}$;
 $R^*(p)=20(1-p)$ et si $p \geq p'_C$ Binamé fonce sans test (e_0, a_1) .

Les paramètres p_C et p'_C sont fournis par la solution des équations d'égalité des risques suivantes, montrée par la Figure 10:

- $10p_C = 2+C$, d'où $p_C = (2+C)/10$
- $20(1-p'_C) = 2+C$, d'où $p'_C = (2+C)/10$

Figure 10. Sensibilité de la stratégie au coût d'expérimentation



En conclusion, le Chef ne devrait pas recourir à l'expérimentation si son coût est supérieur à 4,67 slurps et cela, quelle que soit sa distribution a priori. Ce résultat repose cependant sur l'hypothèse d'une attitude neutre vis-à-vis du risque, ce qui n'est généralement le cas ni des assureurs, ni des banquiers, ni des fonctionnaires, ni des bourgeois, ni des Chefs.

Donc, on va voir ce qui se passe de ce côté.

5.7 La fonction d'inutilité

5.7.1 Élaboration

Comme «rien n'est plus pratique qu'une bonne théorie» (K. LEVIN), la collectivité du Café des Sports se met à élucubrer la fonction d'utilité en faveur de la course. Pourquoi cette mise en scène ridicule? Parce que la mise à jour d'une fonction d'utilité est une procédure *interactive*, et même de *dialogue*. Cela se passe, fictivement ou réellement, comme si une aide artificielle à la décision se penchait sur le cas BINAMÉ, et en extirpait quelques attitudes et préférences pour les mettre dans son processeur et poursuivre la procédure, tandis que le client "décideur" poursuit sa beuverie.

Ce n'est pas qu'une débilite de plus: le domaine de l'aide à la décision, et singulièrement l'approche multicritère, est fondé sur l'hypothèse que le "décideur" est incapable de concevoir et élucider ses propres choix et ce, parfois pour de bonnes raisons, telles que l'ivrognerie ou la complexité.

Le vote a fait élire à cette fin l'utilité au sens de VON NEUMANN, ce qui est un bon choix vu l'intelligence de cet homme-là (c'est sa thèse, faite à dix-neuf ans), et qu'on a dit à la section 4 qu'on en parlerait. C'est dommage, au fond, qu'il ait fait cette thèse si jeune, car sinon on aurait eu une méthode plus récente.

L'idée, qu'on trouve dans tous les manuels – pas dans les intellectuels – est de présenter le choix très simple suivant. Soit un ordre complet de préférence sur trois conséquences $\{\alpha; b; \gamma\}$, de valence V telle que α, b, γ , où α et γ sont aléatoires, alors que b est certain. Le choix présenté à la victime est entre deux options seulement, disons a_1 et a_2 :

- a_1 : le petit jeu de hasard $\{\alpha; \gamma\}$, qui présente un risque (l'Espérance de regret);
- a_2 : l'obtention de b certainement.

La convention (de VON NEUMAN) est d'appeler *utilité de b* la probabilité d'obtention de α qui rende la victime indifférente entre le jeu de hasard et la conséquence certaine. De la sorte, cette grandeur est calibrée sur l'intervalle $[0; 1]$ et la conséquence b est appelée l'"équivalent-certain", comme une promesse électorale.

De plus, en suivant patiemment cette procédure par des choix élémentaires successifs, il est possible de construire une succession de points montrant les équivalents-certains mis en évidence, donc les utilités correspondantes. Leur jonction visuelle donne une *courbe d'utilité* et, si elle n'est pas trop bizarre, on peut y ajuster une *fonction d'utilité*. Comme une seule grandeur, l'utilité équivalente, remplace une situation de conséquences possibles dispersées par le hasard (ici α et γ), l'agrégation par l'espérance d'utilité complète la voie de l'agrégation par le risque.

Bien que le mot "risque" concorde ici avec la convention de désigner ainsi l'espérance de regret par rapport au meilleur choix, il est plus adéquat dans une situation où la conséquence inférieure (ici γ) est peu ragoûtante, porte un préjudice grave, est répulsive, hideuse, excrémentatoire ou pire encore, défavorable, comme perdre l'attache de ses bretelles. C'est alors que se révèlent au grand jour et s'épanouissent dans la contemplation du sur-moi, les personnalités les plus marquantes du Café des Sports.

Vu le client du problème sous revue, qui a toute la classe et le somptueux (en bruxellois) charisme d'un Chef et d'un Décideur, les questions seront aussi simples que celles posées par les textbooks américains aux lecteurs qui veulent du "concret".

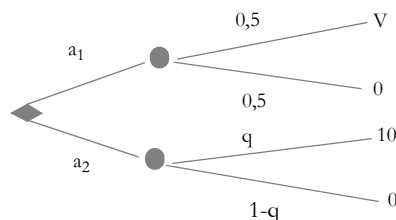
Et voici:

– Quelle est la probabilité q qui vous rend indifférent entre:

- D'une part une loterie 50-50 fournissant soit V slurps, soit 0 slurps;
- Et d'autre part une loterie fournissant 10 slurps avec une probabilité q et 0 slurps avec une probabilité $(1-q)$.

Comme la réponse ne vient pas – et pour cause, ce n'est ni multimedia, ni sur internet, ni en vidéoclip – il a fallu faire un petit dessin, la Figure 11.

Figure 11. Le premier graphe de choix



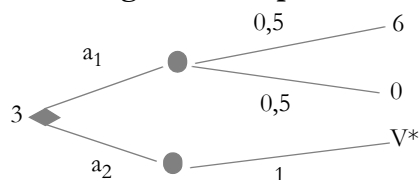
Là, ça va mieux. De l'indifférence entre a_1 et a_2 , on peut en déduire l'implication suivante :

$$a_1 \text{ I } a_2 \Rightarrow 0,5 \mathbf{u}(V) + 0,5 \mathbf{u}(0) = q \cdot \mathbf{u}(10) + (1-q) \cdot \mathbf{u}(0)$$

$$\Rightarrow \mathbf{u}(V) = 2 \cdot q \cdot \mathbf{u}(10) = 2q$$

La deuxième loterie, montrée sur la Figure 12, pose la question de la valeur de la *prime de risque* pour une loterie 0,5-0,5 fournissant soit 6 *sl*, soit 0 *sl*.

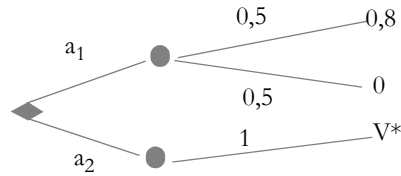
Figure 12. La prime de risque



Ici $E(V) = 3 \text{ slurps}$; $\mathbf{u}[E(V)] = 0,5$; $\mathbf{u}(V^*) = 0,5 \cdot \mathbf{u}(6) + \mathbf{u}(0)$.

Tant que l'ambiance est bonne, on continue; le graphe de la suite est... le suivant:

Figure 13. :Troisième essai



La réponse $q = 0,4$ pour $V=6$ permet d'écrire: $u(V^*) = 0,5.u(6) + 0,5 u(0)$,

et, avec $u(6) = 0,8$: $u(V^*) = 0,4$. Donc $V^* = u(0,4) = 2,2$

La prime de risque est $E(V) - V^* = 3 - 2,2 = 0,8$.

En tordant violemment le cervelet de la victime, les pratiquants sans scrupules de l'aide à la décision lui ont fait cracher, pour quatre valeurs de V proposées, les réponses figurant au Tableau 9.

Tableau 9. Probabilités d'équivalence

V	2	4	6	8
Probabilités	0,18	0,30	0,40	0,45

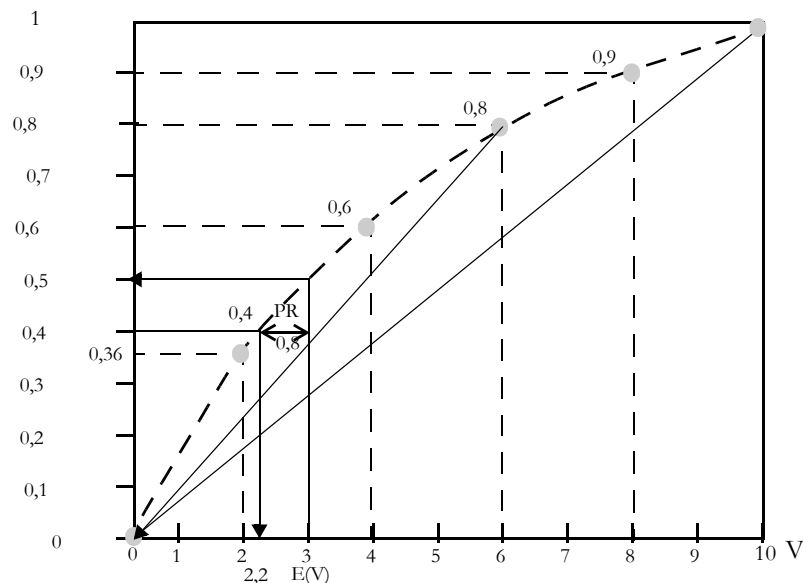
La courbe d'utilité $u(V)$ correspondante est portée à la Figure 14, en joignant les points et respectant la convention $u(10 \text{ sl.}) = 1$ et $u(0) = 0$. On voit bien le $u(v)=2q$, donnant par exemple le $u=0,36=2.0,18$. L'attitude vis-à-vis du risque dans cette zone des valeurs de 0 à 10 est ici une aversion puisque la fonction d'utilité y est concave.

5.7.2 Exploitation de la fonction d'utilité

Le problème de la course de vélo a été résolu en supposant l'indifférence vis-à-vis du risque, ce qui suppose une fonction d'utilité pour laquelle l'espérance d'utilité est égale à l'équivalent certain; sa forme est alors simplement la droite de référence de 0 à 1, présente aussi sur la Figure 14. La levée de cette hypothèse est traduite dans une fonction d'utilité d'allure concave ou convexe selon qu'il y a respectivement aversion ou propension au risque. Les questions pertinentes sont alors:

- Cela change-t-il les décisions et pourquoi?
- Quel est l'équivalent certain de l'action de lancement sans expérimentation?

Figure 14. Graphique de la courbe d'utilité



Soit à présent une fonction d'utilité analytique, plus élégante, disons $u(x) = 1 - e^{-x/10}$, où y est la conséquence valorisée du choix. Pour exploiter cette information, il convient de remplacer, sur le graphe de choix, les valeurs des conséquences par leur utilité, calculées par $u(v) = 1 - e^{-v/10}$. Les confrontations se font ensuite selon les espérances d'utilité, avec les résultats suivants:

- Si l'expérience n'est pas effectuée, l'aversion au risque induit un changement de décision car:

a_2 donne une utilité (valant 0) plus élevée que celle a_1 (qui vaut -0.77211)

- Mais l'expérience doit être conduite car elle apporte une ENVIE à équivalent certain positif. Comme le test est effectué,

a_1 est optimale (avec $E_u = 0.41936 > 0 = E_u$ de a_2) si le test est favorable (z_1);

a_2 est optimale (avec $u = 0 > E_u(a_1) = -3.08066$) si le test est défavorable (z_2).

Quant à la valeur de l'information du test, elle est affectée comme suit. Le calcul de E_u du test fournit une valeur positive ($E_u = 0.27678$) supérieure donc à l'utilité nulle de l'action a_2 immédiate, ce qui justifie le test s'il ne coûte rien. On doit alors calculer l'équivalent certain du test par la formule:

$$E_c = -10 \ln(1-u) = -10 \ln(1-0.27678) = 3.240385 \text{ surps.}$$

De ce montant, on déduit le coût certain du test, ce qui fournit la valeur certaine équivalente nette de l'expérimentation; avec le coût choisi $c(e)=1$, on obtient 2,240385.

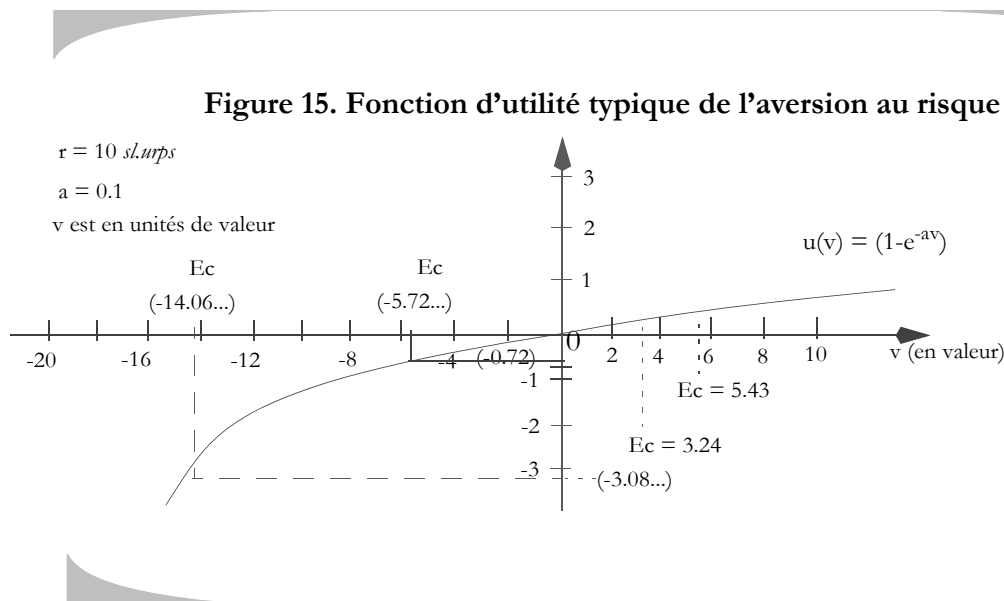
La stratégie de Bayes n'a donc pas changé: elle reste $(e_1, a_1(z_1), a_2(z_2))$, mais elle en sort renforcée par l'aversion au risque.

5.7.3 Interprétation de l'attitude vis-à-vis du risque

L'aversion au risque, incorporée dans $u(x)$, diminue l'attractivité de décisions risquées telle le lancement immédiat sans test. Ceci est montré par les résultats suivants:

- On passe d'une espérance de gain de plus de 4 *slurps* à un équivalent certain de -5,722. Donc se lancer tout de suite dans a_1 équivaut pour ce décideur à perdre plus de 5;
- Après l'indication z_1 du test, lancer le machin équivaut à gagner "sûrement" 5,436;
- Après l'indication défavorable (z_2), se lancer équivaudrait à une perte certaine de 14,062;
- En comparant ces équivalents certains aux espérances de gain (9,09... pour $a_1(z_1)$ contre -5,880 pour $a_2(z_2)$), on voit combien l'aversion au risque *renforce* la valeur de la stratégie de Bayes adoptée également sans aversion.

La fonction $u(x)$ de référence est présentée sur La Figure 15. On admire son allure générale d'aversion au risque, son essor rappelant l'envolée socialiste wallonne; on y retrouve aisément toutes les utilités, et par lecture inverse tous les équivalents certains.



La célébrité, disait CHAMFORT, est «L'avantage d'être connu de ceux qui ne nous connaissent pas». Si certains personnages – et leurs œuvres sublimes – sont cités ici, ils risquent donc d'être connus au lieu d'être célèbres. Mais ils ont nagé si bien, ils ont nagé si loin, que le sillage de leur pensée est resté en relief sur l'eau, et c'est sur cette avenue tracée pour toujours sur la mer, entre les écumes des vagues déferlantes de leurs puissantes créations, que progressera le frêle esquif portant nos chétives idées chavirant à un bord du naufrage, et dont la gîte les penche humblement vers le somptueux vaisseau de leur science portée par les océans vers une gloire qu'aucun horizon ne limite...

Et merci au Maire de Champignac pour avoir inspiré ce discours d'intronisation du Panthéon de la Décision...

6 Le Panthéon de la décision

